ISTRED
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO REY DAVID

PERIODO I - 2024 - 2025

GUÍA DEL APRENDIZAJE DEL ESTUDIANTE

MATEMÁTICA

ING. DAVID CAICEDO CHIRIBOGA
GESTIÓN DE BASE DE DATOS
1ER. SEMESTRE

Contenido

I. DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA

Información General

1.1.	Asignatura	Matemática					
1.2.	Carrera	Gestión de Base de Datos					
1.3.	Código de asignatura	GBD1111					
1.4.	Créditos	2,5					
1.5.	Nivel	Primero					
1.6.	Detalle de horas	ACD	60	AA	12	APE	48

Requisitos

Prerrequisitos		Correquisitos	
Asignatura	Código	Asignatura	Código
N/A	N/A	Cálculo	GBD2117

Descripción de la asignatura.

Las matemáticas son una ciencia formal que va más allá de la simple manipulación de números, que busca descubrir el orden, la estructura y los patrones que subyacen en el universo que nos rodea. Esta ciencia fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas, habilidades indispensables en cualquier ámbito profesional. Aunque no se apliquen directamente todos los días, desarrollan una capacidad analítica que permite analizar e interpretar datos y tomar decisiones informadas. Además, en un mundo en constante cambio, las competencias matemáticas facilitan la adaptación a nuevas tecnologías y métodos, mejorando la empleabilidad y la capacidad de innovación.

Objetivos de la asignatura:

Adquirir criterios técnicos que permitan al alumno seleccionar las características de hardware y software para un servidor acorde a las necesidades de las empresas y entidades gubernamentales.

Introducción de la Asignatura

Las matemáticas proporcionan un lenguaje universal para describir y comprender la realidad de nuestro entorno, desde las formas geométricas que encontramos en la naturaleza hasta los complejos sistemas que rigen el comportamiento del mundo físico. Encontraremos en cada unidad de esta guía, contenido correspondientes a las diversas ramas de las matemáticas, así como álgebra, aritmética, geometría y estadística, enfocados no solo en resolver problemas numéricos, sino que además el desarrollo el pensamiento crítico y analítico, capacidad de abstraer y generalizar conceptos.

I. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 1

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Algebra y Funciones					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Algebra Básica					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Factorización					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Básica					
1.6.	Unidad	1					
1.7.	Total, Horas Unidad	30					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	3	APE	12

Resultado de Aprendizaje

Dominio de las propiedades de las operaciones básicas y simplificación de expresiones. Además, desarrollarán habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas a través de la factorización de expresiones algebraicas, aplicando estrategias para resolver problemas y comunicando sus ideas de manera clara y precisa.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

DESARROLLO

Unidad 1: Álgebra

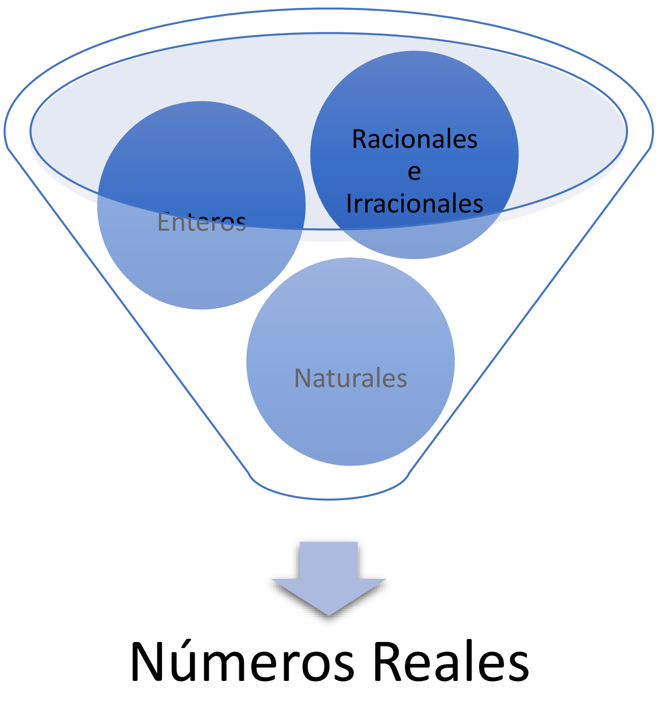
Tema 1: Álgebra Básica

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida sobre los conceptos básicos del algebra.

1. Expresiones algebraicas (Monomios, binomios, polinomios)
2. Leyes de los exponentes
3. Ejercicios de Aplicación

Breve Introducción a los Números Reales

El conjunto de los números reales es un sistema de números que abarca tanto los números positivos como los negativos, se lo denota con el símbolo R y está conformado por otros subsistemas de números, estos son: racionales Q, irracionales I, enteros Z y naturales N.



Fuente: Elaboración propia

Propiedades de los Números Reales

Axiomas

Se entiende por axioma aquel enunciado que es tan evidente e intuitivo que se admite sin necesidad de demostrarse, se consideran verdades universales, y son utilizadas en diversas ciencias y teorías como base de partida para realizar otras proposiciones o hipótesis.

Hay tres tipos de axiomas: a) Axiomas algebraicos, b) Axiomas de orden y c) Axioma topológico; que comprenden las bases del análisis matemático.

Axiomas Algebraicos	Axiomas de Orden	Axiomas Topológicos
Propiedades de suma, resta, multiplicación y división.	Establece el orden de los elementos de cada conjunto dado.	Noción de continuidad.

El conjunto de los números reales R satisfacen los axiomas antes mencionados; esta proposición es también considerada un axioma denominado Fundamental.

Expresiones Algebraicas y Polinomios

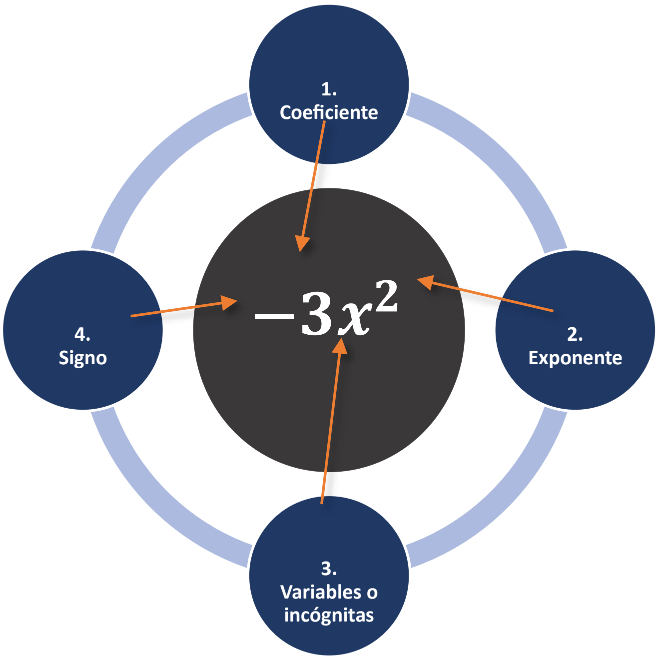
Una expresión algebraica es una combinación de letras y números conectados por operadores de suma +, resta –, multiplicación * y división ÷; a estas letras las llamaremos variables o incógnitas las cuales representan cantidades desconocidas.

Una Expresión algebraica puede verse de la siguiente forma $3x^2 + 5y^3 - x$ ...

Expresión Algebraica Simple o Término Algebraico

Tomando como ejemplo la expresión $3x^2$, un término algebraico es una expresión compuesta por: a) una parte numérica, denominada coeficiente; b) una parte literal, compuesta por variables o incógnitas; c) un signo positivo o negativo; d) el exponente. La expresión algebraica simple está compuesta por un solo término sin sumarse o restarse otro, por lo que a este término se le denomina Monomio.

Término



Fuente: Elaboración propia

Cuando en una expresión no existe parte literal, se denomina *Constante*.

Expresiones Algebraicas Compuestas

Cuando una expresión algebraica posee más de un término, deja de ser simple y se convierte en compuesta.

	EXPRESIÓN ALGEBRAICA COMPUESTA	TÉRMINOS	EJEMPLO
1	BINOMIO	DOS	$3x^2 + 5$
2	TRINOMIO	TRES	$x^2 + 4y^3 - 7$
3	POLINOMIO	MÁS DE UNO	$y^2 - 4$
			$3x^3 - y^2 + 1$
			$x^2 + 4y^3 - 3x^3 + 5 \ldots$

Leyes de los exponentes

Las partes de una potencia son la base y el exponente; una expresión algebraica de la forma a^n, teniendo por base la a y el exponente n, representa el producto de la base a, n cantidad de veces, es decir:

$$a^n = \underbrace{a * a * a * a * a \ldots a}_{n\ veces}$$

Para lograr reducir expresiones con potencias es importante conocer las leyes de los exponentes.

LEYES DE LOS EXPONENTES		CONDICIONES
1)	$a^n * a^m = a^{n+m}$	
2)	$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a \neq 0$
3)	$a^n * b^n = (ab)^n$	
4)	$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$	$b \neq 0$
5)	$(a^n)^m = a^{nm}$	
6)	$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$a \neq 0$
7)	$a^0 = 1$	$a \neq 0$

Estas leyes funcionan para toda $n \in Z$. Al introducir exponentes fraccionarios $a^{1/n}$, tenemos radicales y debe cumplir condiciones tales que para $a \geq 0, n\ es\ par;$ y para $a < 0, n\ es\ impar$. Entonces tenemos lo siguiente:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Ejemplos:

$$16^{3/2} = \sqrt[2]{16^3} = \left(\sqrt[2]{16}\right)^3 = 4^3 = 4 * 4 * 4 = 64$$

$$27^{5/3} = \sqrt[3]{27^5} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^5 = 3^5 = 3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 243$$

$$64^{2/3} = \sqrt[3]{64^2} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^2 = 4^2 = 4 * 4 = 16$$

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Matemática y su importancia en el ámbito profesional

- ✓ ¿Por qué es importante tener buenas bases matemáticas para un profesional?
- ✓ ¿Qué otros casos de factorización conoces?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: "Ejercicios propuestos de algebra.*"*

Consigna: Resolver los ejercicios planteados utilizando el software explicado en clase.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

Tema 2: Factorización

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sobre los procedimientos para resolver cada caso.

1. Casos de Factorización (Más comunes)
2. Problemas de Aplicación.

Casos de Factorización

Los casos de factorización son métodos utilizados para reducir en su expresión más pequeña una expresión algebraica. Los comúnmente utilizados son:

Factor Común

Se aplica cuando la expresión algebraica contiene un valor en común en todos sus términos, sea numérico o literal; y consiste en:

1) Identificar y sustraer dicho valor o valores en común (iniciamos con la parte literal para este ejemplo) y aplicar la propiedad distributiva;

2) Este paso se puede realizar inicialmente y consiste en descomponer la parte numérica dentro del paréntesis;

3) para realizar nuevamente el paso 1.

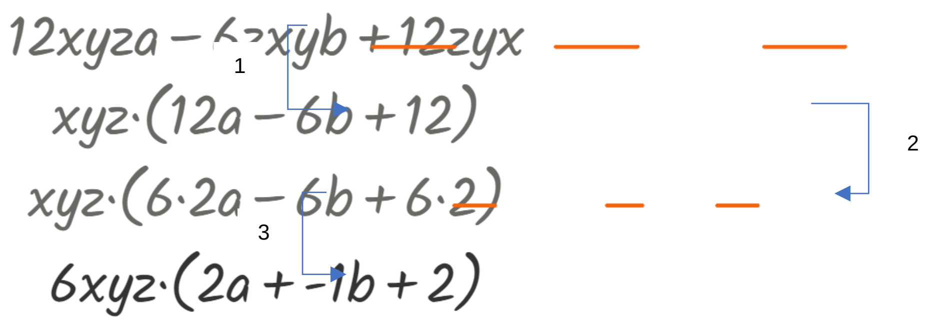


Ilustración 1: Procedimiento - Factor Común

Ejemplos Propuestos 1:

Factorice las siguientes expresiones Algebraicas:

a. $3x + 9xy$

Procedimiento

$$3x + 9xy$$
$$3x + 3 \cdot 3xy$$
$$3(x + 3xy)$$

b. $10x + 15y - 5z + 25j$

Procedimiento

$$10x + 15y - 5z + 25j$$
$$2 \cdot 5x + 3 \cdot 5y - 5z + 5 \cdot 5j$$
$$5(2x + 3y - z + 5j)$$

c. $24s^2y^2 + 16xy^3my^4 - 64zx^3y^5$

Procedimiento

$$24s^2y^2 + 16xy^3my^4 - 64zx^3y^5$$
$$6 \cdot 4s^2y^2 + 4 \cdot 4xy^3my^4 - 4 \cdot 16zx^3y^5$$
$$4(6s^2y^2 + 4xy^3my^4 - 16zx^3y^5)$$
$$4(6s^2y^2 + 4xy^{3+4}m - 16zx^3y^5)$$
$$4(6s^2y^2 + 4xy^7m - 16zx^3y^5)$$
$$4y^2 \cdot (6s^2 + 4xy^5m - 16zx^3y^3)$$

Diferencia de Cuadrados

Este caso se aplica cuando tenemos una diferencia (resta) entre dos términos elevados a la segunda potencia; y consiste principalmente en determinar las raices de ambos términos y aplicar la siguiente fórmula donde:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

o

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplos Propuestos 2:

Factorice las siguientes expresiones Algebraicas:

a. $x^2 - y^2$

Procedimiento

$$x^2 - y^2$$
$$(x+y)(x-y)$$

b. $4x^2 - 9y^2$

Procedimiento

$$4x^2 - 9y^2$$
$$2^2x^2 - 3^2y^2$$
$$(2x)^2 - (3y)^2$$
$$(2x+3y)(2x-3y)$$

c. $2a - 3b$

Procedimiento

$$2a - 3b$$
$$(\sqrt{2a})^2 - (\sqrt{3b})^2$$
$$(\sqrt{2a}+\sqrt{3b})(\sqrt{2a}-\sqrt{3b})$$

d. $16p^4 - 81z^4$

Procedimiento

$$16p^4 - 81z^4$$
$$2^4p^4 - 3^4z^4$$
$$2^{2\cdot 2}p^{2\cdot 2} - 3^{2\cdot 2}z^{2\cdot 2}$$
$$(2^2p^2)^2 - (3^2z^2)^2$$
$$(4p^2+9z^2)(4p^2-9z^2)$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Un trinomio es perfecto cuando:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a^2 + b^2)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 - b^2)$$

El primer (a^2) y tercer término (b^2), poseen raíces cuadradas exactas positivas, es decir, $a; b \in \mathbb{Z}^+$; y el segundo término es el producto entre esas raíces y el 2.

Ejemplos propuestos 3:

Factorice las siguientes expresiones Algebraicas:

a. $4x^2 + 12xy + 9y^2$

Procedimiento

$$4x^2 + 12xy + 9y^2$$
$$(2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$$
$$(2x + 3y)^2$$

b. $x^2 - 2x + 1$

Procedimiento

$$x^2 - 2x + 1$$
$$(x - 1)^2$$

c. $4a^6 - 20a^3b^4 + 25b^8$

Procedimiento

$$4a^6 - 20a^3b^4 + 25b^8$$
$$(2a^3)^2 - 20a^3b^4 + (5b^4)^2$$
$$(2a^3)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5a^3b^4 + (5b^4)^2$$
$$(2a^3)^2 - 2(2a^3)(5b^4) + (5b^4)^2$$
$$(2a^3 - 5b^4)^2$$

d. $x^2 + 14x + 49$

Procedimiento

$$x^2 + 14x + 49$$
$$x^2 + 14x + 7^2$$
$$x^2 + 2 \cdot 7x + 7^2$$
$$(x + 7)^2$$

Trinomio de la Forma $\boldsymbol{x^2 \pm bx + c}$

Para resolver este tipo de trinomio debemos identificar dos números $m; n$ donde la suma o resta entre ellos den b, y el producto de estos sea c, es decir,

- $m \pm n = b$
- $m * n = c$

Ejemplos propuestos 4:

Factorice las siguientes expresiones Algebraicas:

a. $x^2 + 5x + 6$

Procedimiento

$$x^2+5x+6$$
$$(x+\square)(x+\square)$$
$$(x+3)(x+2)$$

b. $x^2 - 5x + 4$

Procedimiento

$$x^2-5x+4$$
$$(x+\square)(x+\square)$$
$$(x+-6)(x+1)$$
$$(x-6)(x+1)$$

c. $m - 6 + m^2$

Procedimiento

$$m-6+m^2$$
$$m^2+m-6$$
$$(m+\square)(m+\square)$$
$$(m+3)(m+-1)$$
$$(m+3)(m-1)$$

d. $y^2 - 4y - 21$

Procedimiento

$$y^2-4y-21$$
$$(y+\square)(y+\square)$$
$$(y+-7)(y+3)$$
$$(y-7)(y+3)$$

Trinomio de la Forma $\boldsymbol{ax^2 \pm bx + c}$

Cuando $a \neq 1$, se complica el proceso para encontrar las raíces, para resolverlos utilizaremos el siguiente ejemplo:

Ejemplos propuestos 5:

Factorice la siguiente expresión Algebraica:

1. $6x^2 + 11x + 3$

Procedimiento: **Sabiendo que** $a = 6;\ \ b = 11;\ c = 3.$

1. Multiplicamos $a * c = 6 * 3 = 18$

2. Buscamos dos números m, n que sumados o restados den b, es decir, 11; y que su producto sea igual al producto de $a * c$, es decir, 18.

$$m \pm n = 11$$

$$m * n = 18$$

Estos números serían $m = +2$ y $n = +9$, ya que $2 + 9\ =\ 11$, y $2 * 9 = 18$.

3. Obtenidos estos dos números, divide en dos el 2do término del trinomio, de la siguiente forma, $6x^2 + 11x + 3 = 6x^2 + 9x + 2x + 3$

4. Agrupamos, $(6x^2 + 9x) + (2x + 3)$ y aplicamos factor común, $3x(2x + 3) + 1(2x + 3)$.

5. Extraemos el común nuevamente, en este caso el factor común es la expresión $(2x + 3)$; y obtenemos como resultado $(2x + 3)(3x + 1)$. Compruébalo.

Suma y Resta de Cubos

Reconocer una suma y resta de cubos es sencillo, su resolución se basa en la determinación de sus raíces cúbicas y la aplicación de las siguientes fórmulas:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ejemplos propuestos 6:

Factorice las siguientes expresiones Algebraicas:

a. $8a^3 + 27b^3$

Procedimiento

$$8a^3+27b^3$$
$$(2a)^3+(3b)^3$$
$$(2a+3b)((2a)^2-2a3b+(3b)^2)$$

b. $x^2 - 5x + 4$

Procedimiento

$$125x^3-1000$$
$$5^3x^3-10^3$$
$$(5x)^3-10^3$$
$$(5x-10)((5x)^2+5x10+10^2)$$
$$(5x-10)(25x^2+50x+100)$$

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Matemática y su importancia en el ámbito profesional.

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Ejercicios propuestos de factorización.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados utilizando el software explicado en clase.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

II. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 2

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Ecuaciones de una variable real y Funciones.					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Ecuaciones con una Incógnita					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Funciones					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Básica					
1.6.	Unidad	2					
1.7.	Total, Horas Unidad	30					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	3	APE	12

Resultado de Aprendizaje

Los estudiantes serán capaces de identificar y resolver ecuaciones de primer y segundo orden con una incógnita, así como utilizar métodos algebraicos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Además, comprenderán el concepto de función y serán capaces de representarlas gráficamente, diferenciando entre diversos tipos como funciones lineales, cuadráticas, polinómicas, racionales y exponenciales.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 2: Ecuaciones de una variable real y Funciones.

Tema 1: Ecuaciones con una Incógnita

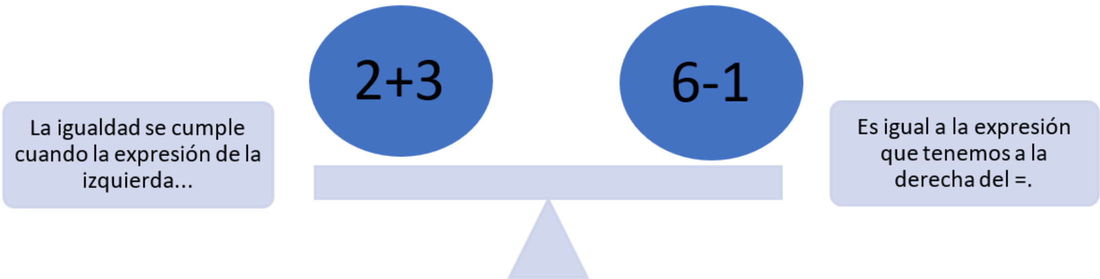
Objetivo: Proporcionar a los estudiantes la capacidad de comprender y resolver ecuaciones de primer y segundo orden con una incógnita.

1. Ecuaciones con una incógnita de primer y segundo orden.
2. Sistemas de Ecuaciones Lineales

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad conformada por dos expresiones, sean estas iguales o diferentes, pero su resultado es el mismo manteniendo en equilibrio el sistema. El siguiente ejemplo lo podemos ilustrar como una balanza que simboliza el equilibrio que debe existir entre ambas partes.

$$2 + 3 = 6 - 1$$



Ecuaciones de Primer Grado con una incógnita

Las ecuaciones de primer grado son aquellas que contienen expresiones algebraicas con una variable o incógnita elevada a la primera potencia, por lo tanto, no vamos a toparnos con términos cuadráticos o cúbicos. Para resolver ecuaciones de primer orden, tenemos que encontrar el valor de la variable utilizando técnicas de despeje.

Ejemplos propuestos 1.

	Ecuación	Orden	Procedimiento
1	$x + 6 = 12$	Primero	1. Para despejar la x, en este caso, trasladamos el $+6$ que se encuentra sumando a la x, al otro lado del igual, pero con signo distinto -6, por lo que, restará a los términos que se encuentren de ese lado. $$x + 6 = 12 \quad \Rightarrow \quad x = 12 - 6$$ 2. Una vez despejada la x, resolvemos normalmente la resta que se genera obteniéndose el valor de x. $$x = 12 - 6 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$ 3. Comprobemos que $x = 6$ es el valor correcto, reemplazando el -6 en la variable x de la ecuación inicial. Si cumple la igualdad, el valor de x fue correctamente calculado. $$x + 6 = 12 \quad \Rightarrow \quad (6) + 6 = 12 \quad \Rightarrow \quad 12 = 12$$
2	$2x - 2$ $= x - 1$	Primero	1. Ordenar las x en un lado del igual y los valores numéricos al otro extremo. $$2x - 2 = x - 1 \quad \Rightarrow \quad 2x - x = 2 - 1$$ Pasar elementos de un lado del igual a otro, genera cambio en los signos, por este motivo x, al trasladarse cambió su signo obteniéndose $-x$, y lo mismo ocurrió con -2 a 2. 2. Resolvemos $2x - x$ y $2 - 1$, obteniéndose, $$2x - x = 2 - 1 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$ 3. Comprobemos que $x = 1$ es el valor correcto, reemplazando la variable en la ecuación inicial y cumpliendo la igualdad. $$2x - 2 = x - 1 \Rightarrow \quad 2(1) - 2 = (1) - 1$$

			$$2-2=0 \quad \Rightarrow \quad 0=0$$
3	$3x+2$ $=5+3$	Primero	1. Todo lo que sume o reste a x, llevarlo al otro lado del igual, pero con signo distinto, sumando o restando a los términos que se encuentren de ese lado. $$3x+2=5+3 \quad \Rightarrow \quad 3x=5+3-2$$ 2. Resolvemos rápidamente lo evidente, $$3x=5+3-2 \quad \Rightarrow \quad 3x=6$$ 3. Cuando la x tiene un coeficiente $\neq 1$, en este caso el 3 está multiplicándola, para despejar este valor debemos llevarla al otro lado del igual en su forma opuesta, es decir, si multiplica pasa a dividir al otro lado del igual, obteniéndose, $$3x=6 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{6}{3}=2$$

Ecuaciones de Primer Grado con 2 Incógnitas

Son de la forma $ax+by=c$, donde a,b,c son coeficientes y x,y son las variables o incógnitas. Las variables x,y toman infinitos valores, ya que, para cada valor que tome x, le corresponde un único valor de y. Más adelante veremos como la función lineal representa gráficamente la relación entre las variables x y y para ecuaciones en particular.

Ejemplos propuestos 2:

Teniendo la ecuación $3x-4y=3$, al sustituir en una de las variables por un valor cualquiera, por ejemplo, $x=5$, al despejar y obtenemos que

$$3x-4y=3 \quad \rightarrow \quad 3(5)-4y=3 \quad \rightarrow \quad -4y=3-15 \quad \rightarrow \quad -4y=-12$$

Como tenemos nuestra variable negativa es necesario multiplicar por -1 ambos lados del igual para no alterar el resultado, $(-1)-4y=-12(-1)$ de esa forma tenemos finalmente nuestra variable positiva y continuamos con el despeje de y.

$$4y = 12 \quad \rightarrow \quad y = \frac{12}{4} \quad \rightarrow \quad simplificando\ y = 3$$

Comprobamos sustituyendo los valores de x, y en la ecuación inicial

$$3x - 4y = 3 \quad \rightarrow \quad 3(5) - 4(3) = 3 \quad \rightarrow \quad 15 - 12 = 3 \quad \rightarrow \quad 3 = 3$$

Cuando se cumple la igualdad, los valores de x, y obtenidos son soluciones que satisfacen la ecuación.

Gráfica de una ecuación

Podemos llevar la ecuación a un plano cartesiano, para ello necesitamos encontrar mínimo 2 pares ordenados (x,y), hagamos el siguiente procedimiento.

Ejemplos propuestos 3:

Sea la ecuación, $2x + 3y = 6$

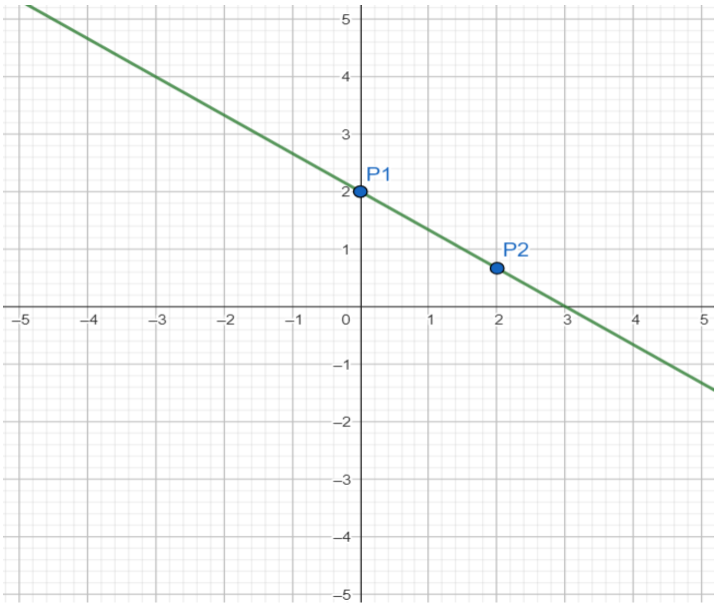
1. **Darle valor a la x, tal que obtengamos un valor de y.**

Para encontrar pares ordenados que puedas graficar en un plano cartesiano, primero resuelve la ecuación para y, es decir, despeja y, en términos de x, quedando de la siguiente manera:	$y = \frac{6 - 2x}{3}$
Luego, elige un valor para x, reemplaza y calcula el correspondiente valor de y para obtener el par ordenado (x, y).	Sea x = 0 $y = \frac{6 - 2(0)}{3} = \frac{6}{3} = 2$ Se obtiene el primer par ordenado **P1= (0,2)**
Para graficar necesitamos otro par ordenado, nuevamente elegimos valor para x, reemplazando y calculando el correspondiente valor de y para obtener el par ordenado (x, y).	Sea x = 2 $y = \frac{6 - 2(2)}{3} = \frac{2}{3}$ Se obtiene el segundo par ordenado **P2= (2,2/3)**

2. Obtenidos P1 y P2, colocamos los puntos dentro del plano cartesiano y graficamos:

$2x + 3y = 6$

P1= (0,2)



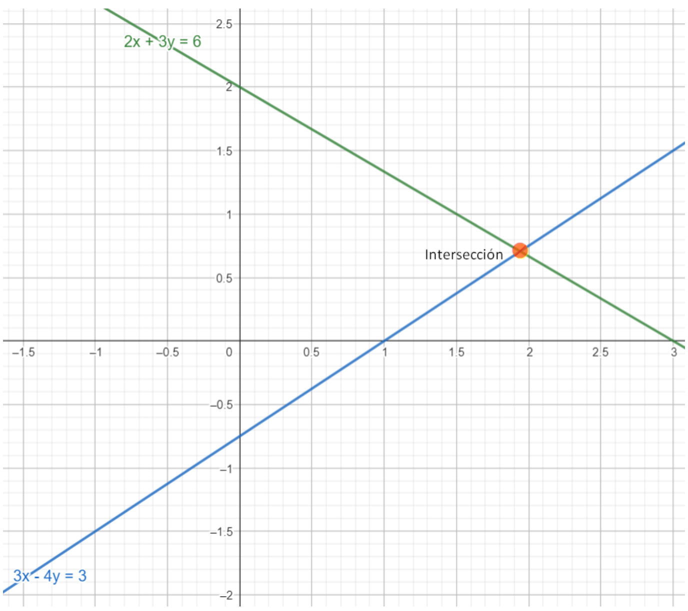
Sistemas de Ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales consiste en dos o más ecuaciones lineales que se utilizan juntas. Cada ecuación en el sistema tiene dos o más variables.

La solución a un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de valores para las variables que satisfacen todas las ecuaciones simultáneamente.

$2x + 3y = 6$

$3x - 4y = 3$



El punto donde se interceptan ambas rectas es aquella solución (x,y) que satisface a ambas ecuaciones. ¿Cómo podemos encontrar esta solución? Existen varios métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, estos son:

1. **Método de sustitución:** Se resuelve una de las ecuaciones para una variable y se sustituye esta expresión en las otras ecuaciones.
2. **Método de igualación:** Se resuelven ambas ecuaciones para la misma variable y luego se igualan las expresiones resultantes para encontrar el valor de las otras variables.
3. **Método de eliminación (o adición y sustracción):** Se suman o restan las ecuaciones para eliminar una de las variables, lo que facilita encontrar el valor de las otras.
4. **Método gráfico:** Se grafican las ecuaciones en un plano cartesiano y la solución es el punto o puntos donde las gráficas se interceptan.
5. **Método de matrices:** Se utiliza la álgebra matricial para resolver el sistema, especialmente útil en sistemas con muchas ecuaciones y variables.

Ejemplos propuestos 4:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones con 2 incógnitas, por todos los métodos antes mencionados:

$$2x + 3y = 16$$
$$x - 4y = -7$$

Método de Sustitución: **Procedimiento**

Despejamos la *x* en la segunda ecuación, obteniendo la siguiente expresión:

$x - 4y = -7 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4y - 7}$

Sustituimos *x* en la primera ecuación con la expresión obtenida:

$2x + 3y = 16 \quad \rightarrow \quad 2(4y - 7) + 3y = 16$

De la expresión obtenida $2(4y-7)+3y=16$, resolvemos para y, resultando:

$$8y-14+3y=16$$

$$8y+3y=16+14$$

$$11y=30$$

$$y=\frac{30}{11}=2.7272$$

Obtenido el valor de y, debemos encontrar el valor de x.

Para encontrar x, reemplazamos el valor de y que encontramos en cualquiera de las ecuaciones 1 y 2:

$$2x+3y=16$$

$$2x+3\left(\frac{30}{11}\right)=16$$

$$2x=16-\frac{90}{11}$$

$$x=\frac{16-\frac{90}{11}}{2} \quad (usamos\ la\ calculadora)$$

$$x=3.9090$$

Encontrados los valores x y, obtenemos nuestro punto donde las gráficas de ambas ecuaciones se van a interceptar:

$int(x,y)=(3.9090, 2.7272)$ *(Este punto satisface ambas ecuaciones)*

Necesitamos al menos dos P(x,y) para poder realizar la gráfica de cada ecuación. Para ello, evalúe en ambas ecuaciones para $x = 0$ y $y = 0$:

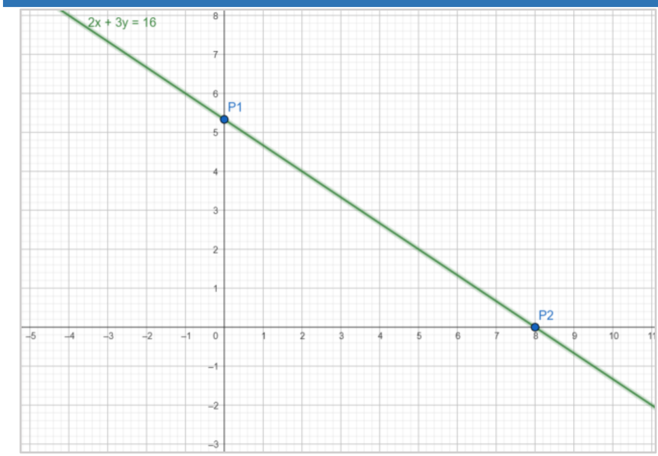
Ecuación 1	$\rightarrow$	**Evalúo x en la ecuación 1**	$\rightarrow$	**Par 1 (x,y)**
$2x + 3y = 16$	Si, $x = 0$	Reemplazo $2(0) + 3y = 16$	$y = \frac{16}{3}$	$P1(0, \frac{16}{3})$
	Si, $y = 0$	Reemplazo $2x + 3(0) = 16$	$x = \frac{16}{2} = 8$	$P2(8,0)$
Ecuación 2	$\rightarrow$	**Evalúo x en la ecuación 2**	$\rightarrow$	**Par 2 (x,y)**
$x - 4y = -7$	Si, $x = 0$	Reemplazo $(0) - 4y = -7$	$y = \frac{7}{4}$	$P3(0, \frac{7}{4})$
	Si, $y = 0$	Reemplazo $x - 4(0) = -7$	$x = -7$	$P4(-7,0)$

Procederemos a colocar los puntos encontrados para realizar su gráfica:

Ecuación 1

$\mathbf{2x + 3y = 16}$

Gráfica utilizando GeoGebra online



Pares encontrados:

$P1\left(0, \frac{16}{3}\right)$

$P2(8,0)$

Ecuación 2

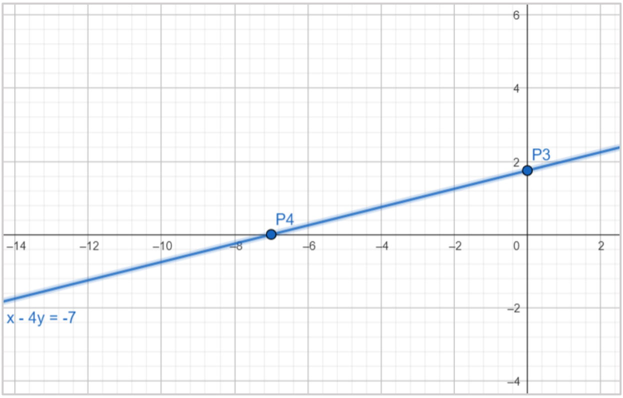
$\mathbf{x - 4y = -7}$

Gráfica utilizando GeoGebra online

Pares encontrados:

$P3\left(0, \frac{7}{4}\right)$

$P4(-7,0\ )$



Finalmente, trazamos ambas gráficas en un mismo plano cartesiano cuyo punto de intersección calculamos al inicio del ejercicio.

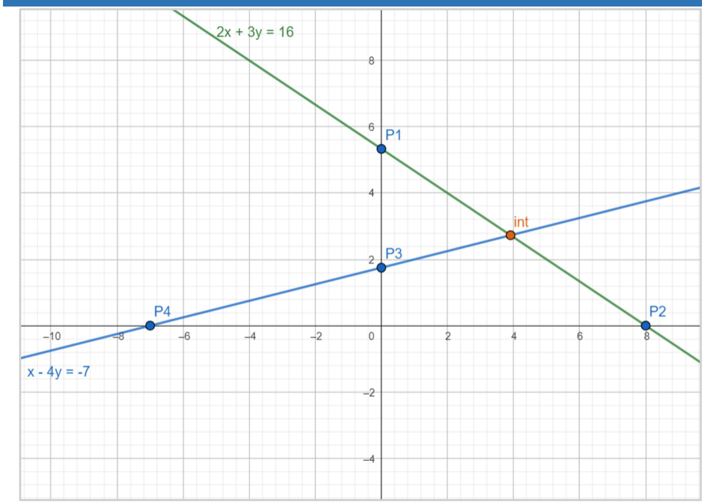
Sistema de ecuaciones

$$\mathbf{2x + 3y = 16}$$
$$\mathbf{x - 4y = -7}$$

Pares encontrados:

$int = (3.9090, 2.7272)$

Gráfica utilizando GeoGebra online



Link de ejercicio compartido: https://www.geogebra.org/calculator/aqth7643

Estos pasos te permitirán resolver cualquier sistema de ecuaciones lineales usando el método de sustitución.

Método de Igualación: Procedimiento

Despeja *x o y* en ambas ecuaciones:

$\mathbf{2x + 3y = 16}$	$\rightarrow$	$x = \frac{16 - 3y}{2}$
$\mathbf{x - 4y = -7}$	$\rightarrow$	$x = -7 + 4y$

Partiendo de que $x = x$, podemos igualar ambas expresiones obtenidas ya que ambas son x:

$$x = x$$

$$\frac{16 - 3\text{y}}{2} = -7 + 4\text{y}$$

Resolvemos la ecuación para y, es decir, despejamos y y encontramos su valor:

Multiplicamos todo por 2 para eliminar el denominador: $16 - 3y = 8y - 14$

Trasladamos todos los términos de *y* a un lado de la ecuación y los términos constantes al otro lado:

$-3y - 8y = -14 - 16$

$-11y = -30$

$y = \frac{11}{30}$

$y \approx 2.72$

Sustituimos la y calculada en cualquiera de las ecuaciones y obtenemos el valor de x:

$x = 4y - 7$

$x = 4\left(\frac{11}{30}\right) - 7$

$x \approx 10.92 - 7$

$x \approx 3.91$

Encontrados los valores x y, obtenemos nuestro punto donde las gráficas de ambas ecuaciones se van a interceptar:

$int(x, y) = (3.91, 2.72)$ *(Este punto satisface ambas ecuaciones)*

Para realizar la gráfica de ambas ecuaciones seguir los pasos 5, 6 y 7 explicados en el método de sustitución.

Link de ejercicio compartido: https://www.geogebra.org/calculator/aqth7643

Método de eliminación (o adición y sustracción): Procedimiento

Buscamos hacer que los coeficientes de una de las variables sean iguales en magnitud pero opuestos en signo. Podemos multiplicar la segunda ecuación por 2 para igualar los coeficientes de *x.*

Ec 1 $2x + 3y = 16 \quad \rightarrow \quad 2x + 3y = 16$

Ec 2 $x - 4y = -7 \quad \rightarrow \quad (2) * x - (2) * 4y = (2) * -7$

Eliminamos las variables, restando ambas ecuaciones para eliminar x:

$$2x + 3y = 16$$

-

$$2x - 8y = -14$$

$$0 + 11y = 30$$

$$y = \frac{30}{11}$$

$$y \approx 2.7272$$

Sustituimos este valor de y en una de las ecuaciones originales, por ejemplo, la segunda ecuación, para obtener x:

Ec. $x - 4y = -7$ Si, y= 2.72 Reemplazo $x - 4(2.7272) = -7$ $x = 3.91$

Encontrados los valores x y, obtenemos nuestro punto donde las gráficas de ambas ecuaciones se van a interceptar:

$int(x, y) = (3.91, 2.72)$ *(Este punto satisface ambas ecuaciones)*

Para realizar la gráfica de ambas ecuaciones seguir los pasos 5, 6 y 7 explicados en el método de sustitución.

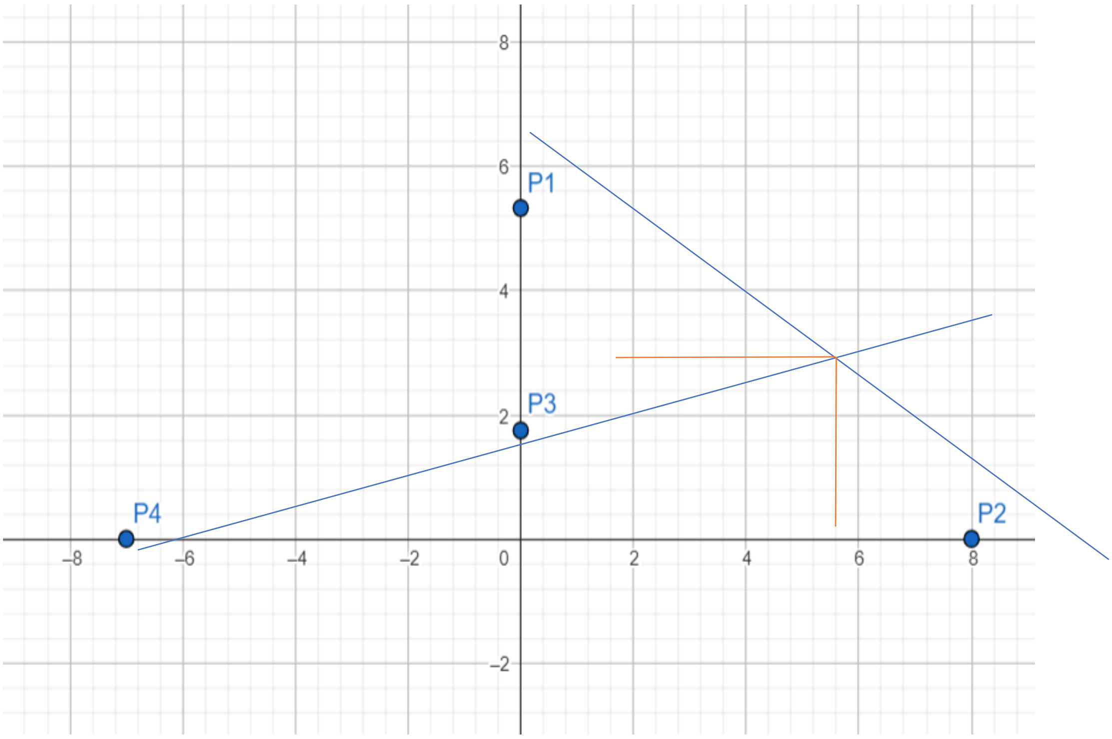
El método de eliminación es eficaz cuando se puede manipular fácilmente las ecuaciones para cancelar una de las variables. Al igual que con otros métodos, es recomendable verificar las soluciones sustituyéndolas en las ecuaciones originales.

Método Gráfico: Procedimiento

Evalúa ambas ecuaciones para mínimo 2 puntos y traza las gráficas en el plano cartesiano. La intersección de estas líneas representa la solución del sistema de ecuaciones.

Ecuación 1	$\rightarrow$	**Evalúo x en la ecuación 1**	$\rightarrow$	**Par 1 (x,y)**
$2x + 3y = 16$	Si, $x = 0$	Reemplazo $2(0) + 3y = 16$	$y = \frac{16}{3}$	$P1(0, \frac{16}{3})$
	Si, $y = 0$	Reemplazo $2x + 3(0) = 16$	$x = \frac{16}{2} = 8$	$P2(8,0)$
Ecuación 2	$\rightarrow$	**Evalúo x en la ecuación 2**	$\rightarrow$	**Par 2 (x,y)**
$x - 4y = -7$	Si, $x = 0$	Reemplazo $(0){-}4y = -7$	$y = \frac{7}{4}$	$P3(0, \frac{7}{4})$
	Si, $y = 0$	Reemplazo $x - 4(0) = -7$	$x = -7$	$P4(-7,0)$

En el gráfico, observa que las líneas se cruzan cerca del punto (3.92, 2.73), que es consistente con las soluciones que encontramos anteriormente utilizando los métodos algebraicos.



El método gráfico es útil para visualizar cómo se relacionan las ecuaciones entre sí y para obtener una solución aproximada, especialmente cuando las ecuaciones son simples y las soluciones son enteras o fracciones sencillas. Sin embargo, para soluciones más precisas o sistemas más complejos, los métodos algebraicos suelen ser más efectivos.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿Cómo se utilizan las ecuaciones de primer y segundo orden para resolver problemas cotidianos y en distintas disciplinas profesionales?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Taller de Ecuaciones lineales con una incógnita.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados utilizando el software explicado en clase.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

Tema 2: Funciones

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión clara del concepto de función y su representación gráfica.

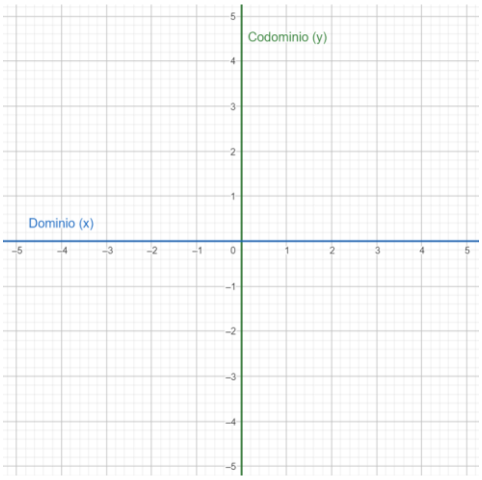
1. Concepto de función y su representación gráfica.
2. Tipos de Funciones.
3. Propiedades de las funciones: dominio, rango, simetría y periodicidad.

Funciones de una Variable Real

En matemáticas, una función $f(x)$, es una relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento de un conjunto dominio "x", corresponde exactamente un elemento de otro conjunto rango o codominio "y", es decir, para cada x, corresponde un único valor de y.

Representación Gráfica

En el contexto de las funciones reales de variable real, una función se puede representar gráficamente en un plano cartesiano, donde el eje horizontal representa los elementos del dominio (x), y el eje vertical los del codominio (y).



Tipos de Funciones

Funciones algebraicas

Lineales: $f(x) = mx + b$, donde m es la pendiente y b el término independiente.

Cuadráticas: $f(x) = ax^2 + bx + c$, representan parábolas.

Exponenciales: $f(x) = a * b^x$, donde la variable está en el exponente.

Logarítmicas: inversas de las exponenciales, $f(x) = \log_b x$.

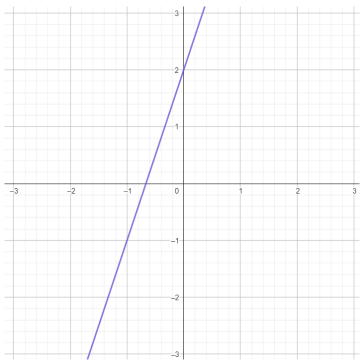
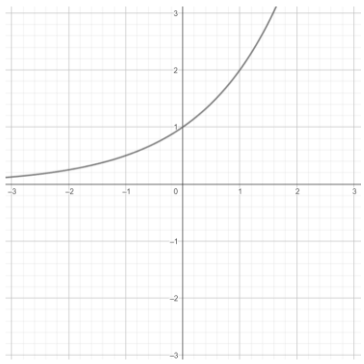
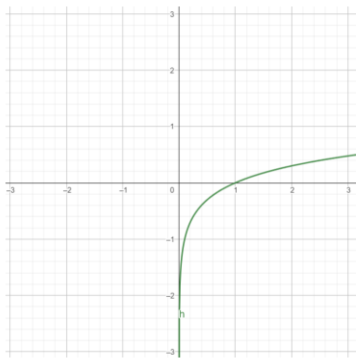
Trigonométricas: como $sen(x)$, $cos(x)$, funciones relacionadas con ángulos.

Según su relación entre el dominio y codominio.

Función Inyectiva

Una función es inyectiva si elementos diferentes en el dominio se mapean a elementos diferentes en el codominio. Es decir, no hay dos elementos diferentes en el dominio que tengan la misma imagen en el codominio.

Ejemplos:

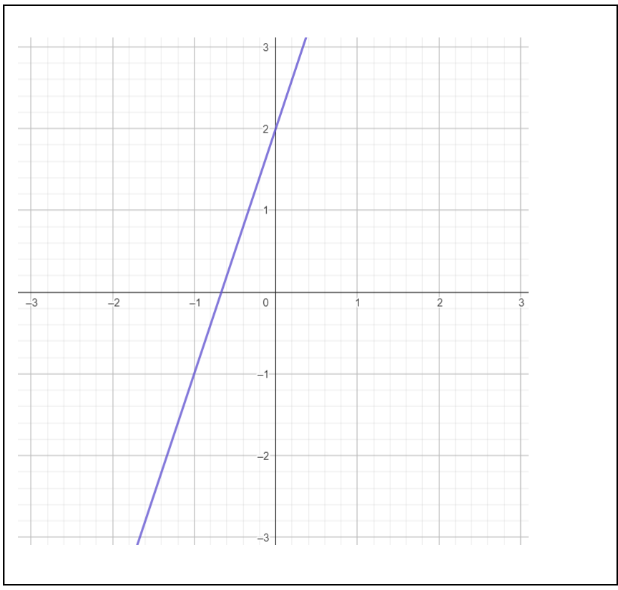
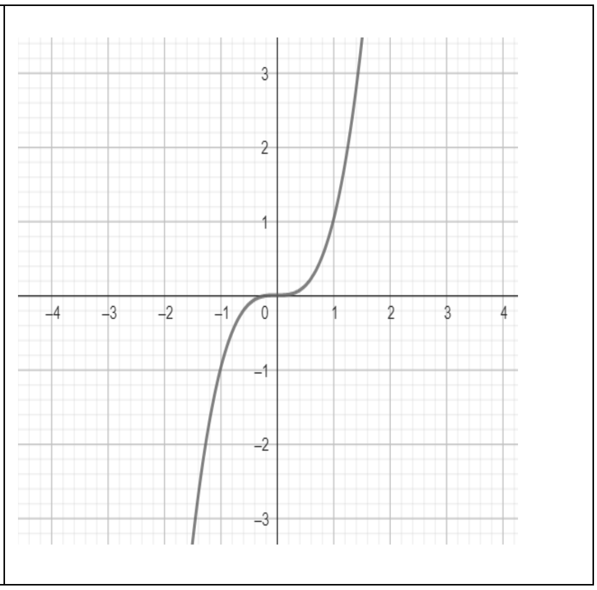
$f(x) = 3x + 2$	$f(x) = 2^x$	$f(x) = \boldsymbol{log}(x)$
Lineal	Exponencial	Logarítmica
		

Ejemplos propuestos en GeoGebra: https://www.geogebra.org/calculator/aduupgen

Función Sobreyectiva

Una función es sobreyectiva si cada elemento en el codominio es la imagen de al menos un elemento en el dominio. En otras palabras, la función cubre todo el codominio.

$f(x) = 3x + 2$	$f(x) = x^3$
Lineal	Cúbica (Impar)

Ejemplos propuestos en GeoGebra: https://www.geogebra.org/calculator/bayfydym

Función Biyectiva

Una función es biyectiva si es tanto inyectiva como sobreyectiva. Esto significa que cada elemento del dominio se mapea a un elemento único del codominio, y todos los elementos del codominio son imágenes de algún elemento del dominio.

Mas información de una función inyectiva: https://www.geogebra.org/m/HjrwatAE

Propiedades de las funciones

- **Dominio**: Conjunto de todos los valores de entrada para los cuales la función está definida.
- **Rango**: Conjunto de todos los valores de salida que la función puede tomar.
- **Periodicidad**: Una función es periódica si repite sus valores en intervalos regulares. Por ejemplo, las funciones trigonométricas como el seno y el coseno son periódicas.
- **Simetría**:
  - **Paridad**: Una función es par si $f(-x) = f(x)$ para todo *x* en su dominio (simétrica respecto al eje Y).
  - **Imparidad**: Una función es impar si $f(-x) = -f(x)$ para todo *x* en su dominio (simétrica respecto al origen).

Problemas de aplicación

1. Trabajamos en una fábrica y queremos estimar la probabilidad de accidentes laborales en función de dos factores principales: el número de horas trabajadas continuamente (sin descanso) y el uso de maquinaria pesada.

Identifica las variables:

$x1$: Número de horas trabajadas continuamente (Sin descanso)

$x2$: Uso de maquinaria pesada.

Modela una ecuación:

La probabilidad estimada de un accidente se modeló bajo la siguiente función:

$$P(x1, x2) = 0.02(x1) + 0.3(x2)$$

La cual se obtuvo suponiendo lo siguiente:

- La probabilidad base de un accidente es aumentada en un 2% por cada hora adicional de trabajo continuo.
- El uso de maquinaria pesada incrementa la probabilidad de un accidente en un 30%.

Evaluamos nuestra ecuación con datos reales:

Un trabajador ha laborado 5 horas continuas y está usando maquinaria pesada. Sustituyendo en la fórmula:

$P(5,1) = 0.02 \times 5 + 0.3 \times 1 = 0.1 + 0.3 = 0.4$

Entonces, la probabilidad estimada de un accidente es del 40%.

Interpretación:

Este modelo sugiere que, bajo estas condiciones específicas, hay una probabilidad relativamente alta de un accidente, 40%. Esto podría ser una señal para implementar medidas preventivas adicionales, como descansos obligatorios o capacitaciones específicas para el manejo de maquinaria pesada.

2. Estamos evaluando el riesgo de accidentes laborales en una fábrica en relación con dos factores: las horas de trabajo continuo sin descanso, tiene un comportamiento $R(t) = 2t + 1$; y la exposición a maquinaria peligrosa sin medidas de seguridad adecuadas es
$S(t) = e^{0.5t}$. Donde t, es el número de horas.

3. Dibuja las funciones $R(t) = 2t + 1$ y $S(t) = e^{0.5t}$ en el mismo sistema de coordenadas para un periodo de 10 horas

Utilizando GeoGebra online obtenemos las siguientes gráficas:

Elaborado en GeoGebra: https://www.geogebra.org/calculator/vrwut7zp

Interpretación:

Para la gráfica lineal de color verde, por cada hora adicional de trabajo, el riesgo aumenta en 2 unidades. Después de 10 horas, el riesgo sería $R(10) = 2 \times 10 + 1 = 21$.

Para la gráfica azul, este riesgo aumenta de manera exponencial. Por ejemplo, después de 10 horas, el riesgo sería $S(10) = e^{0.5 \times 10} \approx 148.41$. Este riesgo aumenta mucho más rápidamente que el riesgo por horas de trabajo.

Evaluación de Riesgos

- **Comparación de Aumento de Riesgos**: El riesgo asociado con la exposición a maquinaria peligrosa (función exponencial) aumenta mucho más rápidamente que el riesgo asociado con las horas de trabajo continuo (función lineal). Esto indica que la exposición a maquinaria peligrosa sin medidas de seguridad es un factor de riesgo más crítico y requiere atención inmediata.

- **Medidas Preventivas**: Para reducir el riesgo asociado con las horas de trabajo, se podrían implementar descansos regulares y limitar las horas de trabajo continuo. Para la exposición a maquinaria peligrosa, se deben establecer estrictas medidas de seguridad, como capacitaciones regulares, equipo de protección personal, y mantenimientos preventivos a la maquinaria. Estas medidas podrían alterar significativamente las funciones de riesgo, reduciendo los valores de $R(t)$ y $S(t)$ respectivamente.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿Por qué es fundamental entender el concepto de función y su representación gráfica para el análisis de relaciones matemáticas y su aplicación práctica?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

INVESTIGACIÓN: Investigar sobre los diferentes tipos de funciones, y como aplicar técnicas de graficación.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados utilizando el software explicado en clase.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
   a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
   b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
   c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

III. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 3

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Geometría y Trigonometría					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Geometría Plana y Espacial					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Trigonometría					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Básica					
1.6.	Unidad	3					
1.7.	Total, Horas Unidad	30					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	3	APE	12

Resultado de Aprendizaje

Los estudiantes serán capaces de identificar y describir las propiedades de las figuras geométricas básicas tanto en el plano como en el espacio, aplicar teoremas fundamentales de la geometría para resolver problemas, y calcular áreas y volúmenes de diversas figuras geométricas. Además, comprenderán y utilizarán vectores en el plano y el espacio para resolver problemas geométricos. En cuanto a trigonometría, los estudiantes podrán definir y aplicar razones y funciones trigonométricas, resolver triángulos utilizando las leyes de senos y cosenos, y trabajar con funciones trigonométricas inversas para abordar una variedad de problemas geométricos y trigonométricos prácticos.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas. Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 3: Geometría y Trigonometría

Tema 1: Geometría Plana y Espacial

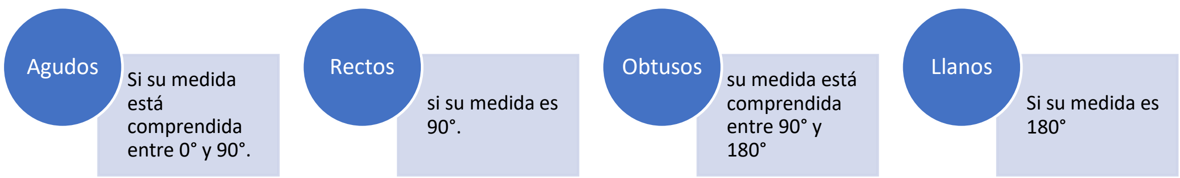
Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión detallada de las propiedades de las figuras geométricas básicas.

1. Figuras geométricas básicas y sus propiedades.
2. Teoremas fundamentales de la geometría.
3. Áreas y volúmenes de figuras geométricas.
4. Vectores en el plano y el espacio.

La geometría plana

Es la rama de la geometría elemental que estudia las propiedades de superficies y figuras planas, como el triángulo o el círculo. Esta parte de la geometría también se conoce como geometría euclídea, en honor al matemático griego Euclides, el primero en estudiarla en el siglo IV a.C.

Ángulos



La geometría Espacial

Es la rama de la geometría que se ocupa de las propiedades y medidas de figuras geométricas en el espacio tridimensional. Entre estas figuras, también llamadas sólidos, se encuentran el cono, el cubo, el cilindro, la pirámide, la esfera y el prisma. La geometría del espacio amplía y refuerza las proposiciones de la geometría plana y es la base fundamental de la trigonometría esférica, la geometría analítica del espacio, la geometría descriptiva y otras ramas de las matemáticas. Se usa ampliamente en matemáticas, en ingeniería y en ciencias naturales.

Fórmula de las Áreas
Fórmula de los Volúmenes
V= volumen H= altura B= área de la base D= diámetro R= radio A= arista

Figuras geométricas básicas y sus propiedades

¿Qué son las figuras geométricas?

Una figura geométrica es la representación visual y funcional de un conjunto cerrado de puntos en un plano geométrico. Es decir, son figuras que limitan superficies planas a través de una serie de líneas que unen puntos. El orden y el número de dichas líneas es la que define una figura u otra.

Se clasifican según su forma y número de lados. Pero también de acuerdo a la cantidad de dimensiones que representan. Hay figuras adimensionales, que son básicamente el punto. Hay figuras lineales, que son las rectas y las curvas, es decir, líneas con un recorrido.

También hay figuras planas de dos dimensiones, como los polígonos, los planos y las superficies, que no tienen profundidad, pero si ancho y largo. También están las tres dimensiones en las figuras volumétricas. Añaden profundidad y perspectiva.

Para definir las figuras geométricas se emplean a menudo abstracciones como el punto, la línea y el plano, las cuales son a su vez consideradas figuras de la geometría.

Propiedades de las figuras geométricas.

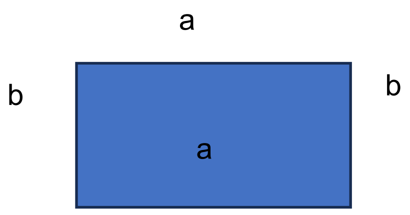
Las formas y figuras geométricas son aspectos que encontramos en nuestro andar cotidiano, el conocimiento de estas nos permite construir poco a poco el entorno que nos rodea; de manera inconsciente nos apropiamos de conocimientos informales acerca de estas y no es hasta que ingresamos a una institución formal que asimilamos y reconocemos las propiedades de cada una de ellas, que posteriormente nos permitirán realizar ejercicios más complejos con ellas.

Vamos a mencionar aspectos generales que tienen todas las figuras geométricas.

- Tienen alto, largo y ancho.
- Cada superficie se llama cara.
- Arista: cada línea recta entre dos caras.
- El punto donde se unen tres aristas se llama vértice.

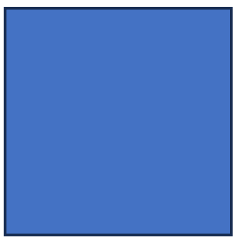
Vamos a ver a continuación algunas de tantas figuras geométricas y sus propiedades:

- Rectángulo



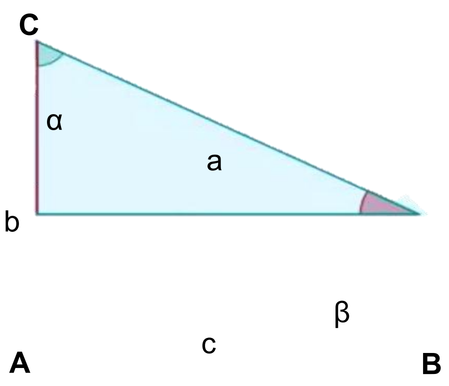
- Cuadrilátero en el que sus cuatro vértices forman ángulos rectos.
- Los lados opuestos de un rectángulo tienen la misma longitud.
- 1,2,3,4: vértices
- 4. Lados opuestos: misma longitud

- Cuadrado



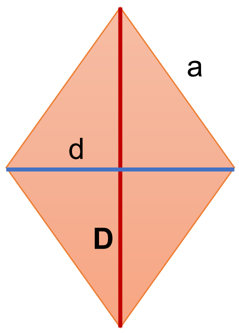
- Cuadrilátero que en sus cuatro vértices se forman ángulos rectos y que los cuatro la dos tienen la misma longitud.

- Triangulo Rectángulo



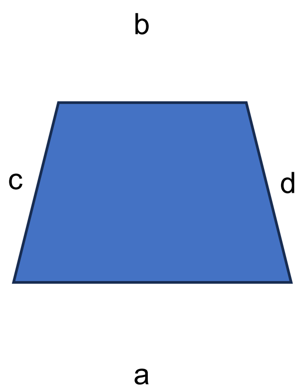
- Es aquel que en esquina tiene un ángulo recto que mide 90º
- Si se unen al lado opuesto dos triángulos similares se forma un rectángulo
- $\alpha+\beta=90º$

- Rombo



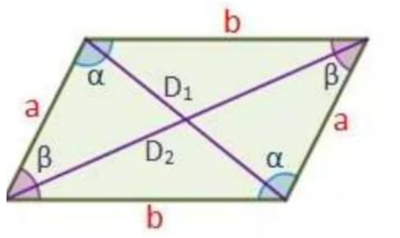
- Los cuatro lados son iguales.
- Los pares de ángulos opuestos son iguales.
- Cada dos ángulos contiguos son suplementarios (suman 180º).
- Sus dos diagonales se cortan en sus puntos medios.
- Sus dos diagonales son perpendiculares (forman un ángulo de 90º).
- Cada diagonal es bisectriz de los ángulos cuyo vértice une (los divide en partes iguales).

- Trapecio



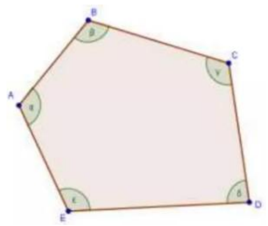
- El segmento que une los puntos medios de sus diagonales es paralelo a las bases del trapecio y mide la diferencia de las bases.
- Un trapecio, no rectángulo, puede descomponerse en dos triángulos rectángulos y un rectángulo mediante alturas trazadas de los extremos de la base menora la base mayor.
- Si los lados de un trapecio son respectivamente iguales a los de otro trapecio, los trapecios son iguales.
- Para que un trapecio sea isósceles es necesario y suficiente que los ángulos en la base sean iguales o alternativamente las diagonales sean iguales.
- Las bisectrices de los ángulos adyacentes de un lado lateral forman un ángulo recto y se intersecan en un punto situado en la mediana del trapecio.

- Romboide



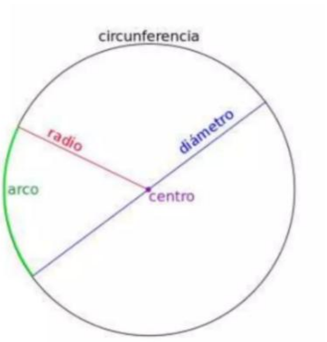
- Lados: el romboide tiene cuatro lados, siendo iguales dos a (a y b)
- Ángulos: tiene cuatro ángulos (dos α dos β) iguales dos a dos. Los ángulos interiores, como en todo cuadrilátero, suman 360º (2π radianes). α y β son suplementarios, es decir α+ β =180º.
- Diagonales: las diagonales son segmentos que unen los vértices no consecutivos. Tiene dos diagonales (DI y D2) desiguales y no perpendiculares.
- Ejes de simetría: un romboide no tiene ejes de simetría.

- Polígono



- Un polígono con n lados, tienen como suma de sus ángulos interiores 180º (n - 2)
- La suma de los ángulos exteriores de un polígono es igual a 360º
- La suma de los ángulos interiores y exterior de un vértice del polígono es de 180º.
- La suma de los ángulos interiores y exteriores del polígono es 180º n.

- Circulo



- El perímetro de un círculo es una circunferencia.
- Área del círculo como superficie interior del polígono de infinitos lados.
- El área de un círculo se deduce sabiendo que la superficie interior de cualquier polígono regular es igual al producto entre la apotema y el perímetro de este polígono
- Área del círculo como superficie triangular
- Si en un círculo desplegamos todos sus anillos circulares, y los consideramos como rectángulos, se forma un triángulo rectángulo de altura r y base 2 π r (siendo la longitud de la base la de la circunferencia perimetral).
- Se llama semicírculo a la mitad de un círculo.5 Es la figura
- geométrica plana (bidimensional) delimitada por un diámetro y la mitad de una circunferencia.
- Su área es la mitad de la del círculo. El arco de un semicírculo siempre mide 1 800, por ser la mitad de los 3600 de un círculo.

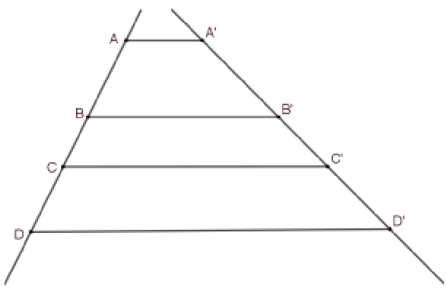
Teoremas fundamentales de la geometría

Teorema de Thales

Si dos o más paralelas se cortan por dos rectas transversales, los segmentos que se determinan en una de éstas sones directamente proporcionales a sus homólogos en la otra.

Es decir:

$$\frac{AB}{\mathrm{A'B'}} = \frac{BC}{\mathrm{B'C'}} = \frac{CD}{\mathrm{C'D'}} = \frac{DE}{\mathrm{D'E'}} = \frac{AC}{\mathrm{A'C'}} = \cdots$$

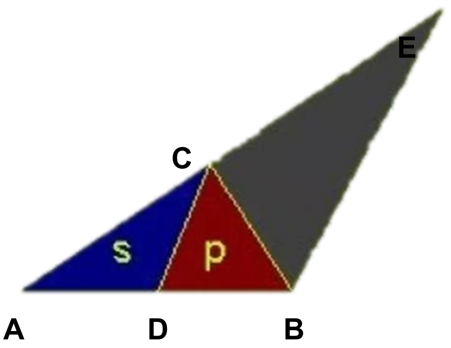


El recíproco es cierto:

$$\frac{AB}{\mathrm{A'B'}} = \frac{BC}{\mathrm{B'C'}} = \cdots \Rightarrow AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel \ldots$$

Teorema de la bisectriz

La bisectriz de un ángulo interior de un triángulo divide respectivamente al lado opuesto en partes que son proporcionales a los otros dos lados.

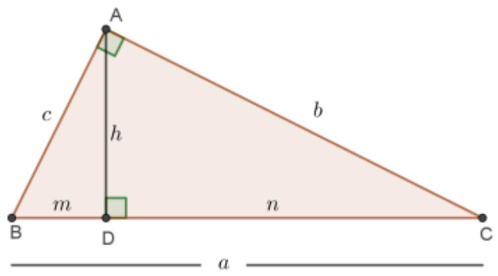


$$\frac{AD}{\mathrm{DB}} = \frac{AC}{\mathrm{CB}}$$

De acuerdo con el teorema de la bisectriz se puede decir que el segmento de recta AD es proporcional al segmento DB, como el segmento AC es proporcional al segmento CB. Lo anterior se puede resumir en la siguiente forma:

Semejanza en triángulos rectángulos

Si en un triángulo rectángulo trazamos la altura correspondiente a la hipotenusa, el triángulo queda dividido en dos triángulos rectángulos semejantes a la inicial. De esta semejanza surgen dos teoremas sencillos:



Teorema de la altura: En un triángulo rectángulo, la altura relativa a la hipotenusa es la media proporcional de los segmentos en que dicha altura divide a la hipotenusa.

Es decir:

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} = h^2 = m * n$$

Teorema del cateto: En un triángulo rectángulo un cateto es la media proporcional de la hipotenusa y la proyección ortogonal de dicho cateto sobre la hipotenusa.

Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} = b^2 = a * n \quad y \quad \frac{a}{c} = \frac{c}{n} = b^2 = a * m$$

A partir de este último se puede justificar fácilmente el teorema de Pitágoras tal y como se suele enunciar:

Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Es decir:

$a^2 = b^2 + c^2 - \ bc\ Cos\ A$ si $\hat{A} = 90°$

Teorema General

En todo triángulo, el cuadrado de uno de sus lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de estos dos lados multiplicados por el coseno del ángulo formado por ellos.

Este enunciado es conocido como teorema del coseno, y para cada uno de los lados del triángulo

se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 - \ bc\ Cos\ A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - \ ac\ Cos\ B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - \ ab\ Cos\ C$$

Teorema del seno

El teorema del seno expresa que en todo triángulo las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de sus ángulos opuestos.

También es bueno recordar:

- La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a 180º.

- En todo triángulo el lado mayor se opone al ángulo mayor y viceversa.

El enunciado del teorema del seno se puede expresar mediante

la siguiente fórmula:

$$\frac{a}{\mathrm{SenA}} = \frac{b}{\mathrm{SenB}} = \frac{c}{\mathrm{SenC}}$$

Áreas y volúmenes de figuras geométricas

¿Qué es el área?

En matemáticas, el área es la superficie que ocupa una figura plana. Es decir, el área es una medida que indica el espacio delimitado por el contorno de una figura.

Ten en cuenta que el área solo se puede calcular si la figura es plana, es decir, si es una figura de dos dimensiones. No obstante, se puede calcular el área de las caras de un cuerpo geométrico con volumen porque, a pesar de que el cuerpo es de tres dimensiones, sus caras solamente tienen dos dimensiones.

¿Qué es el volumen?

El volumen es una magnitud que expresa la extensión en tres dimensiones de un cuerpo. Es decir, el volumen es una magnitud que indica el espacio que ocupa un cuerpo geométrico.

Por ejemplo, cuando decimos que un objeto tiene un volumen de 1 m^3, significa que ocupa un espacio equivalente a un metro de largo, un metro de ancho y un metro de alto.

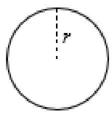
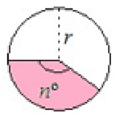
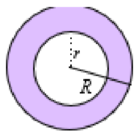
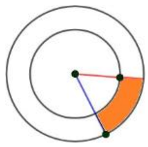
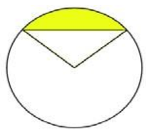
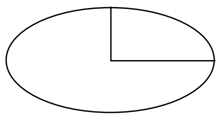
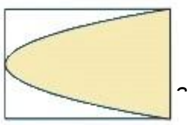
Diferencia entre área y volumen

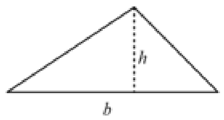
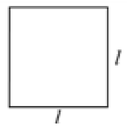
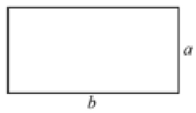
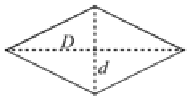
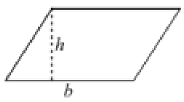
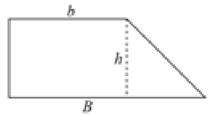
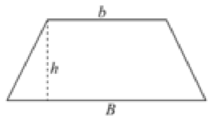
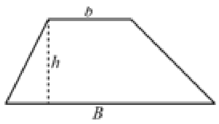
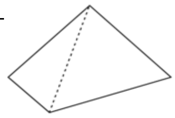
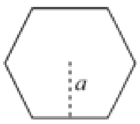
- Por lo tanto, la diferencia entre el área y el volumen es el número de dimensiones. El área es el espacio de dos dimensiones que ocupa una figura, en cambio, el volumen es el espacio de tres dimensiones que ocupa un cuerpo geométrico.

- Por ejemplo, una viga redonda en posición vertical es un cilindro que tiene un gran volumen porque es un objeto muy alto. Sin embargo, si mirásemos la viga desde arriba, tan solo veríamos un círculo de pequeña superficie, ya que se trata de un objeto delgado.

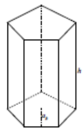
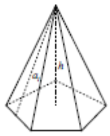
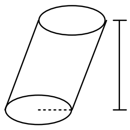
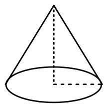
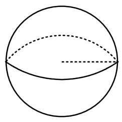
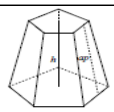
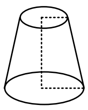
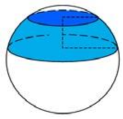
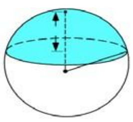
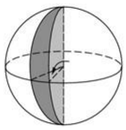
Fórmulas de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

A continuación, veremos todas las fórmulas para calcular el área y el volumen de los diferentes tipos de cuerpos geométricos. Sin embargo, si quieres puedes ir directamente al final del post donde encontrarás una tabla con el resumen de todas las fórmulas de áreas y volúmenes.

	FIGURAS PLANAS		
	NOMBRE	**FORMA**	**ÁREAS**
FIGURAS CURVILINEA	**Círculo**		$A = \pi \cdot r^2$
	Sector circular		$A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°}$ $n° =$ número de grados
	Corona circular		$A = \pi R^2 - \pi r^2$
	Trapecio circular		$A = \dfrac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n°}{360°}$
	Segmento circular		$A = A_{\substack{\text{sector}\\\text{circular}}} - A_{\substack{\text{triángulo}\\\text{isósceles}}}$
	Elipse		$A = \pi ab$
	Segmento de parábola		$A = \dfrac{2}{3} ab$

<table>
<tr><th rowspan="3">TRIÁNGULOS (POLÍGONO DE 3 LADOS)</th><th colspan="3">FIGURAS PLANAS</th></tr>
<tr><th>NOMBRE</th><th>FORMA</th><th>ÁREAS</th></tr>
<tr><td>Triángulo</td><td></td><td>$A = \frac{b \cdot h}{2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="9">CUADRILÁTEROS (POLÍGONOS DE 4 LADOS)</td><td>Cuadrado</td><td></td><td>$A \ A = b \cdot a$</td></tr>
<tr><td>Rectángulo</td><td></td><td>$A = b \cdot a$</td></tr>
<tr><td>Rombo</td><td></td><td>$A = \frac{D \cdot d}{2}$</td></tr>
<tr><td>Romboide</td><td></td><td rowspan="4">$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$</td></tr>
<tr><td>Trapecio Rectángulo</td><td></td></tr>
<tr><td>Trapecio Isósceles</td><td></td></tr>
<tr><td>Trapecio Escaleno</td><td></td></tr>
<tr><td>Trapezoide</td><td></td><td>Se divide en dos triángulos y se suman sus áreas</td></tr>
<tr><td rowspan="1" style="display:none"></td></tr>
<tr><td>POLÍGONO DE N LADOS</td><td>Polígono Regular</td><td></td><td>$A = \frac{p \cdot a}{2}$
p = perímetro
a = apotema</td></tr>
</table>

FIGURAS DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

	NOMBRE	FORMA	ÁREAS	VOLUMEN
FIGURAS CURVILINEA	Prisma		$A_L = p_B \cdot h$ p_B= perímetro base $A_B = \frac{p_B \cdot a_B}{2}$ a_B = apotema base $A_T = A_L + 2A_B$	$V = A_B \cdot h$
	Pirámide		$A_{TRIANG.} = \frac{l_B \cdot a_l}{2}$ a_l = apotema lateral l_B = lado base $A_B = \frac{p_B \cdot a_B}{2}$ $A_T = A_L + 2A_B$	$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
	Cilindro		$A_L = 2\pi r \cdot h$ h = altura $A_B = \pi \cdot r^2$ $A_T = A_L + 2A_B$	$V = A_B \cdot h$
	Cono		$A_L = \pi \cdot r \cdot g$ g = generatriz $A_B = \pi \cdot r^2$ $A_T = A_L + A_B$	$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
	Esfera		$A_T = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
	Tronco de Pirámide		$A_L = \frac{(P+p)\cdot ap}{2}$ P = perímetro base mayor p = perímetro base menor ap = apotema tronco $A_T = A_L + A_B + A_b$ A_B = área base mayor A_b = área base menor	$V = \frac{\left(A_B + A_b + \sqrt{A_B A_b}\right)\cdot h}{3}$
	Tronco de cono		$A_L = \pi(R+r)g$ $A_T = \pi g(R+r) +$ $+ \pi R^2 + \pi r^2$	$V = \frac{\pi h\left(R^2 + r^2 + Rr\right)}{3}$
	Zona Esférica		$A = 2\pi r \cdot h$	$V = \frac{\pi h\left(h^2 + 3R^2 + 3r^2\right)}{6}$
	Casquete Esférico		$A = 2\pi R \cdot h$	$V = \frac{\pi h^2(3R-h)}{3}$
	Sector Esférico		$A = 4\pi r^2 \cdot \frac{n^\circ}{360^\circ}$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{n^\circ}{360^\circ}$

Vectores en el plano y el espacio

¿Qué es un Vector?

Un vector es una herramienta matemática que nos permite representar magnitudes en las que no sólo importa la intensidad (o módulo), sino también la dirección y el sentido en la que están aplicadas. Los vectores son muy útiles en el desarrollo de juegos, ya que nos permiten definir direcciones para el movimiento, hacer trazado de rayos, entre otras aplicaciones.

El ejemplo más simple y quizás más cotidiano que se me ocurre es el de una fuerza. Las fuerzas son magnitudes vectoriales, no sólo importa la intensidad de la fuerza que se aplica, sino también la dirección y el sentido.

Si por ejemplo cambiamos el sentido de la fuerza que le aplicamos a un objeto, el objeto se moverá en la dirección contraria o disminuirá su velocidad.

Otros ejemplos de magnitudes vectoriales pueden ser el torque, el momento angular, la velocidad. En electricidad y magnetismo tenemos el campo eléctrico en un punto

Vectores

Por cuestiones prácticas vamos a ver el caso de vectores en el plano y en el espacio, es decir vectores de dos y tres componentes respectivamente.

Usualmente un vector se identifica usando una letra con una flecha en la parte superior.

Hay distintos tipos de notaciones, una de ellas es escribir las componentes del vector entre paréntesis y separadas con coma. En el plano usamos dos componentes y en el espacio tres.

Ejemplos:

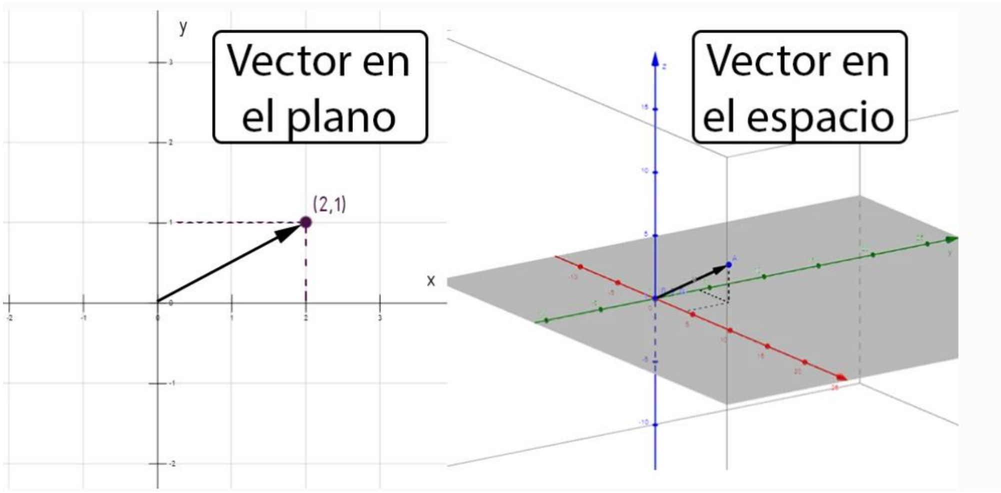
$$\vec{u} = (1\,,2)$$

$$\vec{v} = (1,0\ \ 4.5)$$

$$\vec{x} = (-1.2\,,\sqrt{2})$$

Representación gráfica de vectores

El valor del vector representa el punto final de una flecha que parte desde el origen de coordenadas (es decir (0,0) en el plano y (0,0,0) en el espacio), hasta la coordenada que indica el vector. Como se ilustra en la figura 2.

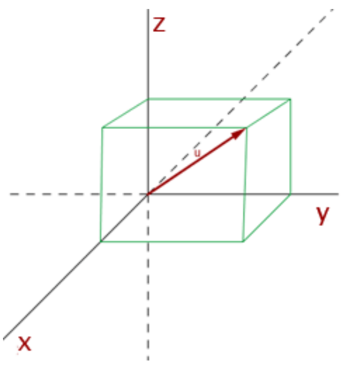


Características de un vector

Componentes de un vector

Las componentes son los valores reales para cada eje del sistema de coordenadas.

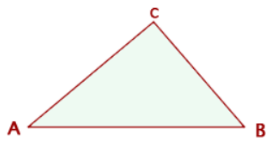
En el plano un vector tiene dos componentes, generalmente x e y, en el espacio necesitamos tres componentes, en general se llaman x, y y z.



Determinar las componentes **de los vectores** que se pueden trazar en el triángulo de vértices

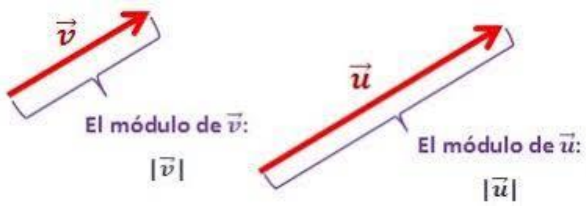
$$\mathrm{A} = (-3,4,0)$$
$$\mathrm{B} = (3,6,3$$
$$C = (-1,2,1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3+3\,, 6-4\,, 3-0)$$
$$\overrightarrow{AB} = (6,2,3)$$
$$\overrightarrow{BA} = (-3-3\,, 4-6\,, 0-3)$$
$$\overrightarrow{BA} = (-6,-2,-3)$$
$$\overrightarrow{AC} = (-1+3\,, 2-4\,, 1-0)$$
$$\overrightarrow{AC} = (2,-2,1)$$



Módulo o Norma de un vector

El módulo o norma de un vector nos habla del tamaño del vector, la magnitud o intensidad que tiene, en otras palabras, es cuánto mide el vector desde el origen hasta el punto final.



Para calcular el módulo se utiliza el teorema de Pitágoras sobre los triángulos rectángulos que forma el vector con los ejes coordenados. Esto suena algo complicado pero las fórmulas son simples.

Cálculo del módulo de un vector en el plano

$$\vec{u} = (-2\,,1)$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2}$$

Cálculo del módulo de un vector en el espacio.

$$\vec{v} = (1, 0, 3)$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(1)^2 + (0)^2 + (3)^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{10}$$

Dirección de un vector

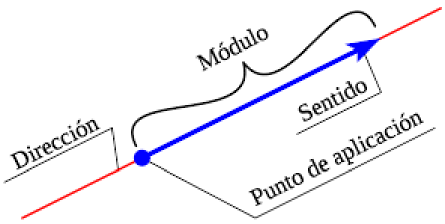
Esto habla de la orientación del vector en el plano o en el espacio. Esto nos permite calcular ángulos respecto a los ejes coordenados utilizando triángulos rectángulos y senos y cosenos.

Dado un vector podemos encontrar una única recta que lo contiene.

Acá empezamos a ver la utilidad de saber sobre vectores para programar videojuegos, con los vectores podemos representar movimientos en una determina dirección o calcular la trayectoria de un proyectil, por ejemplo.

Sentido de un vector

Dada una dirección para el vector, dijimos que existe una única recta que lo contiene, sin embargo, el vector podría estar apuntando hacia un lado o hacia el otro de la recta. Con el sentido solucionamos esta ambigüedad.



Para cambiar el sentido de un vector basta con multiplicar por -1 todas sus componentes.

Distancia entre dos puntos

La distancia entre dos puntos es igual al módulo del vector que tiene de extremos dichos puntos.

Ejemplo:

Hallar la distancia entre los puntos

$$\mathrm{A} = (1,2,3)$$

$$\mathrm{B} = (-1,2,0)$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-2)^2 + (0-3)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{4+9}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{13}$$

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿Cómo influyen las propiedades de las figuras geométricas básicas en el diseño y la ingeniería?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Resolución de Ejercicios

Consigna: Resolver los ejercicios planteados.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

6. Lee y revisa el documento
7. Observa el video de la clase magistral
8. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
9. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
10. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

Tema 2: Trigonometría

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida de las razones y funciones trigonométricas.

1. Razones y funciones trigonométricas.

2. Resolución de triángulos.

3. Leyes de senos y cosenos.

4. Funciones trigonométricas inversas.

La trigonometría es una rama de las matemáticas que se enfoca en el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos, especialmente los triángulos rectángulos. El término "trigonometría" proviene del griego "trigōnon" (que significa "triángulo") y "metron" (que significa "medir"). Aunque históricamente se desarrolló para entender las propiedades geométricas de los triángulos, la trigonometría tiene aplicaciones mucho más amplias y es una herramienta fundamental en varias áreas de la ciencia y la ingeniería. Los triángulos rectángulos tienen características únicas que los distinguen de otros tipos de triángulos.

En trigonometría, los triángulos rectángulos son de especial interés por varias razones:

1. **Definición de Funciones Trigonométricas:** Las funciones trigonométricas básicas (seno, coseno y tangente) se definen originalmente en el contexto de un triángulo rectángulo.

2. por ejemplo, en un triángulo rectángulo, el seno de un ángulo es la relación entre la longitud del lado opuesto a ese ángulo y la longitud de la hipotenusa. De manera similar, el coseno es la relación entre el lado adyacente y la hipotenusa, y la tangente es la relación entre el lado opuesto y el lado adyacente.

3. **Simplicidad y Uniformidad:** Los triángulos rectángulos proporcionan un caso sencillo y uniforme para el estudio de las relaciones trigonométricas. Dado que uno de los ángulos es siempre de 90 grados, las relaciones entre los lados y los ángulos restantes son más fáciles de modelar y entender que en triángulos de otros tipos.

4. **Teorema de Pitágoras:** Este teorema, que establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, es fundamental en trigonometría.

Este teorema se utiliza para encontrar la longitud de un lado de un triángulo rectángulo cuando se conocen las longitudes de los otros dos.

5. **Base para Generalizaciones:** Aunque las definiciones de las funciones trigonométricas comienzan con triángulos rectángulos, estas definiciones se pueden extender a ángulos y situaciones más generales. Por ejemplo, las definiciones de seno, coseno y tangente se extienden a ángulos mayores de 90 grados (y negativos) a través del círculo unitario y el sistema de coordenadas cartesianas.

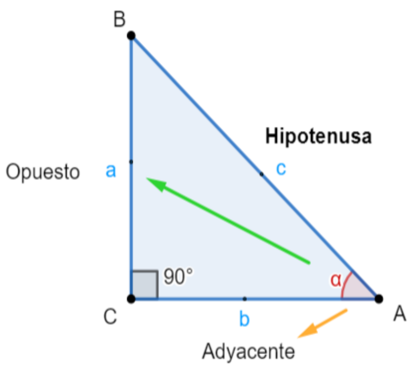
6. **Aplicaciones Prácticas:** En la vida real, muchas situaciones pueden ser modeladas o aproximadas por triángulos rectángulos, facilitando el uso de la trigonometría en campos como la ingeniería, la física, la arquitectura y la navegación.

Razones y funciones trigonométricas

Funciones trigonométricas tales como $f(x) = Seno; f(x) = coseno; f(x) = tangente;$ ... son funciones matemáticas que relacionan los ángulos de un triángulo con las longitudes de sus lados.

Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo

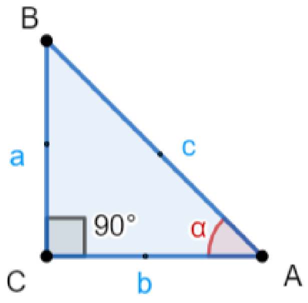
Tabla 1: Razones Trigonométricas Básicas

<table>
<tr><td rowspan="3">
</td><td>$Sen\ \alpha = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa} = \frac{a}{c}$</td><td>El seno de α es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa.</td></tr>
<tr><td>$Cos\ \alpha = \frac{Cateto\ Adyacente}{Hipotenusa} = \frac{b}{c}$</td><td>El coseno de α es la razón entre el cateto adyacente o contiguo al ángulo y la hipotenusa.</td></tr>
<tr><td>$Tan\ \alpha = \frac{Cateto\ Opuesto}{Cateto\ Adyacente} = \frac{a}{b}$</td><td>La tangente α es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente al ángulo.</td></tr>
</table>

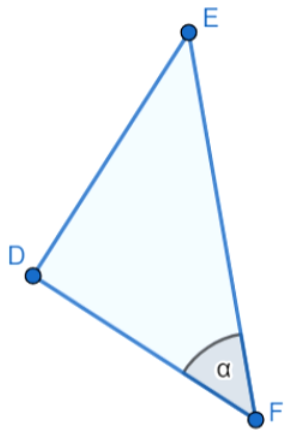
Fuente: Elaboración Propia

Resolución de triángulos

En la resolución de triángulos rectángulos nos encontramos 4 casos:



CASO I **Datos iniciales:** ✓ Cateto c (Hipotenusa) ✓ Cateto a (Opuesto a α) **Desconocemos:** ✕ Cateto b (Adyacente a α) ✕ $\measuredangle\ \alpha$	1. Encontramos el cateto adyacente a partir del teorema de Pitágoras: $\mathrm{c}^2 = \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2$ Despejando obtenemos que; $\mathrm{b} = \sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2}$ 2. Encontramos α a partir de: [Ver tabla de Razones trigonométricas] $Sen\ \alpha = \frac{a}{c}$ donde c es la magnitud de la hipotenusa y a es la magnitud del lado opuesto. Despejando obtenemos que; $\alpha = Sen\left(\frac{a}{c}\right)^{-1}$ 3. Podemos utilizar la fórmula $Cos\ \alpha = \frac{b}{c}$, ya que hemos encontrado la magnitud de b.
Ejercicio resuelto 1:	



Una pequeña habitación tiene la forma de un triángulo rectángulo el cual se sabe que 2 de sus lados miden 4 y 3 m respectivamente. Calcular el lado faltante y su ángulo respecto al vértice F.

Datos:

$a := 4\ m \quad DE$

$b := 3\ m \quad FD$

Despejamos y reemplazamos los datos para obtener el lado faltante:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$

$$c := \sqrt{a^2 + b^2} = 5\ m$$

Para hallar el ángulo respecto a F, usaremos las razones trigonométricas que mas nos convengan para resolver; en este ejercicio utilizaremos seno.

$$sen(\alpha) = \frac{DE}{FE} = \frac{a_{opuesto}}{c_{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

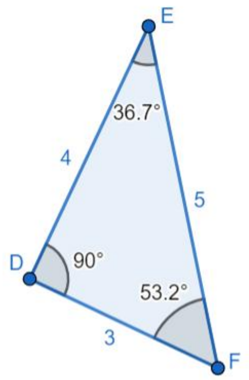
despejando: $\alpha := \operatorname{asin}\left(\frac{a}{c}\right) = 53.13\ deg$

Para calcular el ángulo interno respecto a E, sabemos que la sumatoria de los ángulos internos de un triángulo es 180°, por lo tanto, 90° + 53.13°+ E = 180° despejando E obtenemos:

E = 180° - 90° - 53.13°

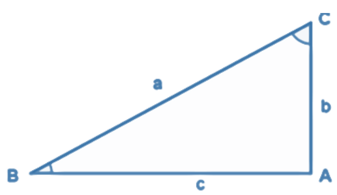
E = 36.87°

Finalmente hemos encontrado los datos faltantes de nuestro ejercicio:



Ejercicio resuelto 2:

Resolver el triángulo conociendo la hipotenusa y un cateto



$a = 410\ m,\ b = 260\ m$

Otra forma de resolver sin utilizar el teorema de Pitágoras es calculando el ángulo B, y después el cateto faltante:

1. $\text{Sen B} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} \quad \Longrightarrow \quad \text{B} = \text{sen}\left(\frac{\text{b}}{\text{a}}\right)^{-1} = \text{sen}\left(\frac{260}{410}\right)^{-1} = 43°07'$
2. $\text{Cos B} = \frac{\text{c}}{\text{a}} \quad \Longrightarrow \quad \text{c} = 410 \cos(43°07') = 300 \text{ m}$

El ángulo C se puede calcular además con la siguiente fórmula:

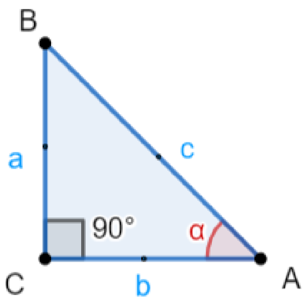
3. $\text{C} = 90° - \text{B} = 90° - 43°07' = \mathbf{46°53'}$

CASO 2

Datos iniciales:

✓ Cateto b (Adyacente)

✓ Cateto a (Opuesto a α)



Desconocemos:

✗ Cateto c (Hipotenusa)

✗ $\measuredangle\, \alpha$

✗ $\measuredangle\, \beta$

1. Encontramos el cateto hipotenusa a partir del teorema de Pitágoras: $\text{c}^2 = \text{a}^2 + \text{b}^2$
2. Encontramos α a partir de: [Ver tabla de Razones trigonométricas]() $Tan\ \alpha = \frac{a}{b}$ donde a es la magnitud del lado opuesto y b es la magnitud del lado adyacente.

Despejando obtenemos que; $\alpha = Tan\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

3. Para el angulo faltante β podemos utilizar la formula $\beta = 90° - \alpha$,ya que hemos encontrado el valor del ángulo α.

Ejercicio resuelto 1:

Queremos fijar un poste de 3.5 m de altura a una estaca que se encuentra a 2 m de distancia, con un tirante que se extiende desde el extremo superior del poste hasta la estaca. ¿Cuántos metros de cable utilizaremos?

Datos

$a = 3.5\, m,\ b = 2\, m$

Observamos qué datos tenemos y comenzamos a sustituir en la fórmula del Teorema de

Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 3.5^2 + 2^2$$

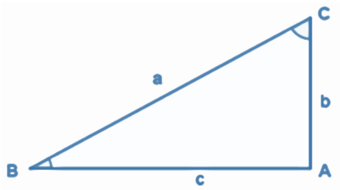
Resolvemos

$$c^2 = 3.5^2 + 2^2$$
$$c^2 = 12.25^2 + 4^2$$
$$c^2 = 16.25$$
$$c^2 = \sqrt{16.25}$$
$$c^2 = 4.03$$

Finalmente se necesita 4.03 metros de cable para poder sostener el poste al suelo

Ejercicio resuelto 2:

Resolver el triángulo conociendo los dos catetos



$b = 40\,m$, c= $22\,m$

sin utilizar el teorema de Pitágoras calculamos el ángulo B, y después el cateto faltante:

1. $Tang\,\mathbf{B} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}}$ $\mathbf{B} = Tang\left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}}\right)^{-1}$ $\mathbf{B} = Tang\left(\frac{40}{22}\right)^{-1}$ $\mathbf{B} = \mathbf{61°19}$

2. $\mathrm{Sen\ B} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$ $\mathrm{a} = \frac{b}{sen\,B}$ $\mathrm{a} = \frac{40}{sen(61°19')}$ $\mathbf{a = 45.65\ m}$

El ángulo C se puede calcular además con la siguiente fórmula:

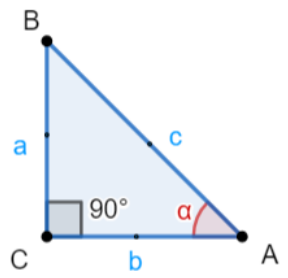
3. $\mathrm{C} = 90° - \mathrm{B}$ $\mathrm{C} = 90° - 61°19'$ $\mathbf{C = 28°41'}$

CASO 3

Datos iniciales:

✓ Cateto c (Hipotenusa)

✓ $\measuredangle \beta$



Desconocemos:

✕ $\measuredangle \alpha$

✕ Cateto a (Opuesto a α)

✕ Cateto b (Adyacente)

1. Para el ángulo faltante α utilizamos la formula $\alpha = 90° - \beta$,ya que sabemos el valor del ángulo β.

2. Encontramos el cateto opuesto a partir de: [Ver tabla de Razones trigonométricas] Sen $\beta = \frac{b}{c}$ donde b es la magnitud del lado opuesto al ángulo β y c es la magnitud de la hipotenusa.

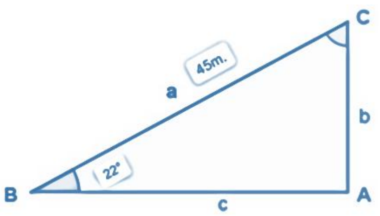
Despejando obtenemos que; $b = \boldsymbol{c}\ Sen\,\beta$

3. Encontramos el cateto adyacente a partir del teorema de Pitágoras: $\mathrm{c}^2 = \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2$

Despejando obtenemos que; $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

Ejercicio resuelto 1:

Resolver el triángulo conociendo hipotenusa y un ángulo agudo



$a = 40\,m,\ \beta = 22\,m$

Otra forma de resolver sin utilizar el teorema de Pitágoras es calculando el ángulo C, y después los catetos faltantes:

1. $\mathbf{C = 90° - B \implies C = 90° - 22 \qquad C = 69°}$

2. $\mathrm{Sen}\mathbf{B} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}} \quad \mathrm{b = aSenB} \quad \mathrm{b = 45Sen(22°)} \quad \mathbf{b = 16.85m}$

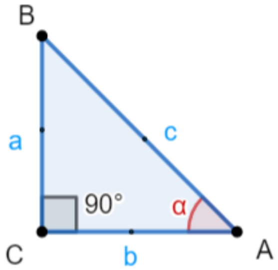
3. $\mathrm{Cos\ B} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} \implies \mathrm{c = a\cos B} \quad \mathrm{c = 45\cos(22°)} \quad \mathbf{c = 41.72\ m}$

CASO 4

Datos iniciales:

✓ Cateto a (Opuesto a α)

✓ $\measuredangle\, \alpha$



Desconocemos:

✗ $\measuredangle\, \beta$

✗ Cateto c (Hipotenusa)

✗ Cateto b (Adyacente a α)

1. Para el ángulo faltante α utilizamos la formula $\beta = 90° - \alpha$,ya que sabemos el valor del ángulo α.
2. Encontramos el cateto hipotenusa a partir de: Ver tabla de Razones trigonométricas

   Sen $\alpha = \frac{a}{c}$ donde a es la magnitud del lado opuesto al ángulo α y c es la magnitud de la hipotenusa.

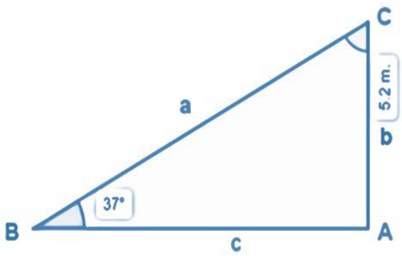
   Despejando obtenemos que; $c \; = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{sen\ \alpha}}$
3. Encontramos el cateto adyacente a partir del teorema de Pitágoras: $c^2 = a^2 + b^2$

   Despejando obtenemos que; $b = \sqrt{a^2 + c^2}$

Ejercicio resuelto 1:

Resolver el triángulo conociendo un cateto y un ángulo agudo

$b = \; 52\, m,\, \beta = \; 37\, m$



Otra forma de resolver sin utilizar el teorema de Pitágoras es calculando el ángulo C, y después los catetos faltantes:

1. $\mathbf{C = \; 90° \; - \; B} \qquad \mathbf{C = \; 90° \; - \; 37°} \qquad \mathbf{C = \; 53°}$

2. $Sen\mathbf{B} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}} \quad b = aSenB \quad b = 45Sen(22°) \quad \mathbf{b} =$

$\mathbf{6.85m}$

$\mathrm{os\ B} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} \quad \mathrm{c = a\ cos\ B} \quad \mathrm{c = 45\ cos\ (22°)} \quad \mathbf{c = 41.72\ m}$

Leyes de senos y **cosenos**

Ley del seno

Cada lado de un triángulo es directamente proporcional al seno del ángulo opuesto

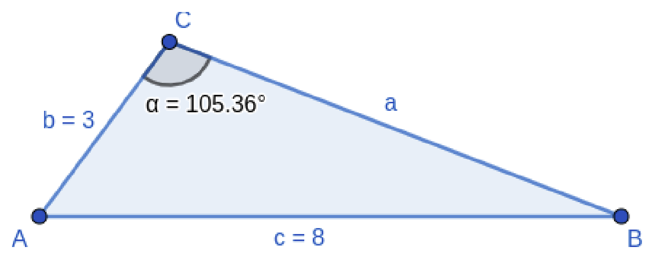
$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

Aplicaciones

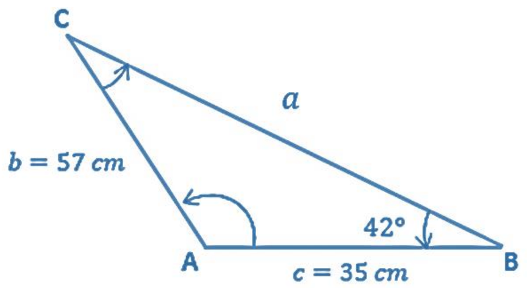
Este teorema es útil para resolver problemas si los datos dados entran en alguno de los siguientes casos:

CASO 1

Si tenemos las medidas de 2 lados de un triángulo, y el ángulo opuesto a uno de ellos.



Ejercicio resuelto 1:



Datos iniciales:

b = 57 cm

c =35 cm

Desconocemos:

A = ?

C = ?

1. Aplicando el teorema inmediatamente puedo obtener el ángulo opuesto al otro lado que conocemos $\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$

$$\frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

$$\frac{57}{sen\ 42°} = \frac{35}{sen\ C}$$

$$sen\ C\ = \frac{(35)(sen(42°))}{57}$$

$$sen\ C\ = 0.41$$

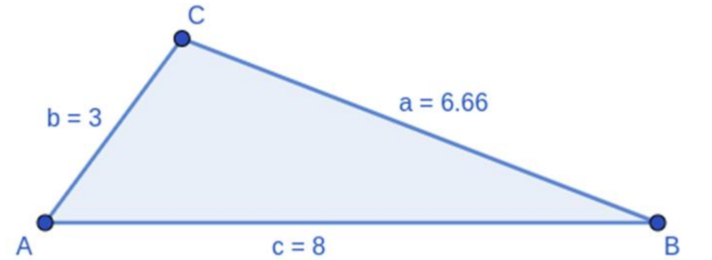
$$\mathbf{C = sen}(0.41\ )^{-1} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{C =}\ \ \mathbf{24°}$$

2. Como ya sabemos que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°, utilizamos la formula $A + B + C\ = 180°$,ya que tenemos el valor del ángulo $B\ y\ C$.

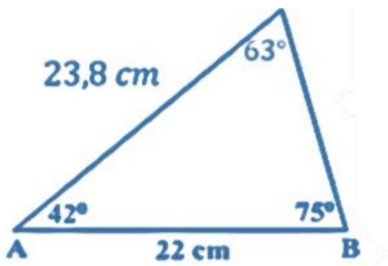
A = 180º - Bº - Cº

A = 180º - 42º - 24º

A= 114º

CASO 2 Si tenemos la medida de los 3 lados de un triángulo	

Ejercicio resuelto 1:



Datos iniciales:

a =22 cm

1. b =22 cm

Desconocemos:

A = ?

B = ?

C = ?

$$\frac{}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{}{sen\ C}$$

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{c}{sen\ C}$$

$$\frac{a}{sen\ 42°} = \frac{22}{sen\ 63°}$$

$$a\ = \frac{(22)(sen(42°))}{sen\ 63°}$$

$$\boldsymbol{a\ = 16.5\ cm}$$

2. Para el ángulo faltante A utilizamos la formula $A + B + C\ = 180°$,ya que sabemos el valor del ángulo $A\ y\ B$.

C = 180º - Aº - Bº

C = 180º - 42º - 75º

C= 63º

Ley del coseno

En un triángulo el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman.

Funciones trigonométricas inversas

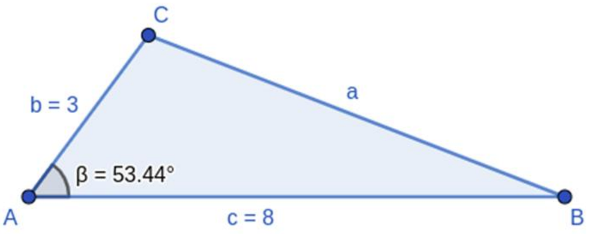
$$\mathrm{a}^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Aplicaciones

Este teorema es útil para resolver problemas si los datos dados entran en alguno de los siguientes casos:

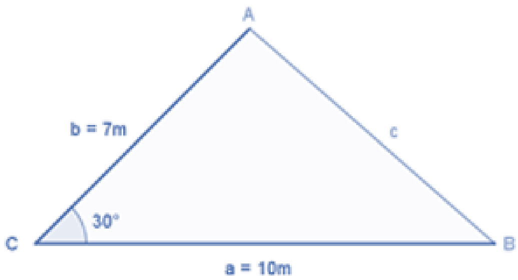
CASO 1

Si tenemos la medida de un ángulo y de los lados adyacentes a este



Ejercicio resuelto 1:

De un triángulo sabemos que: a = 10 m, b = 7 m y C = 30°. Calcula los restantes elementos



Datos iniciales:

a =10 m

b =7 m

Desconocemos:

c =?

A = ?

B = ?

1. el te ... ore ... el l ... ángulo que tenemos

$$c = \sqrt[2]{b^2 + a^2 - 2ba.cosC}$$

De la formula se obtiene

$$c = \sqrt[2]{10^2 + 7^2 - 2\,.\,10\,.\,7.cos30°} \;\; = 5.27\,m$$

2. Aplicando el teorema inmediatamente puedo obtener el ángulo opuesto al otro lado que conocemos

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

$$\frac{7}{senB} = \frac{5.27}{sen30°} \qquad senB \; = 0.664$$

$$B = 41°37'52".$$

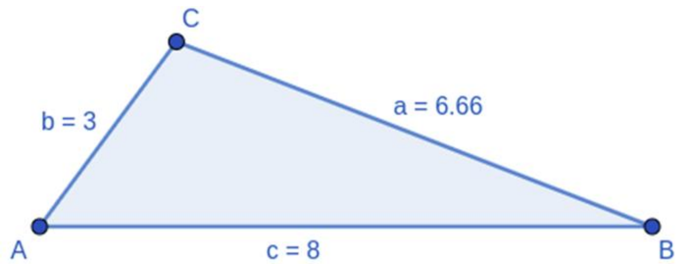
3. Para el ángulo faltante A utilizamos la formula $A + B + C \; = 180°$,ya que sabemos el valor del ángulo $A\ y\ B$.

A = 180º - Bº - Cº

$$A = \; 180° - 30° - 41°37'52" = 108°22'8"$$

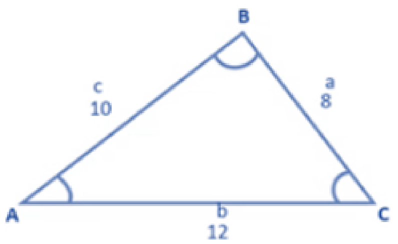
CASO 2

Si tenemos la medida de los 3 lados de un triángulo



Ejercicio resuelto 1:

De un triángulo sabemos que: a = 10 m, b = 7 m y C = 30°. Calcula los restantes elementos



Datos iniciales:

a =10 m

b =7 m

Desconocemos:

c =?

A = ?

B = ?

1. Encontramos los ángulos faltantes de Teorema

$$a = \sqrt[2]{b^2 + c^2 - 2bc.cosA}$$

Despejando de del teorema tenemos

$$cos\ A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$A = cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

Con esta fórmula obtenida se puede calcular cualquier ángulo

$$cos\ A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$cos\ B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$cos\ C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

2. Aplicando formula tenemos para el ángulo A

$$cos\ A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$cos\ A = \frac{12^2 + 10^2 - 8^2}{2\ (12)(10)}$$

$$cos\ A = \frac{144 + 100 - 64}{240}$$

$$cos\ A\ = \frac{180}{240}$$

$$cosA\ = 0.75$$

$$A\ = 41°$$

3. Aplicando formula tenemos para el ángulo B

$$cos\ B\ = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$cos\ B\ = \frac{8^2 + 10^2 - 12^2}{2\ (8)(10)}$$

$$cos\ B\ = \frac{64 + 100 - 144}{160}$$

$$cos\ B = \frac{20}{160}$$

$$cos\ B\ = 0{,}125$$

$$B\ = cos^{-1}(0{,}125)$$

$$B\ = 83°$$

1. Para el ángulo faltante C utilizamos la formula $A + B + C\ = 180°$,ya que sabemos el valor del ángulo $A\ y\ B$.

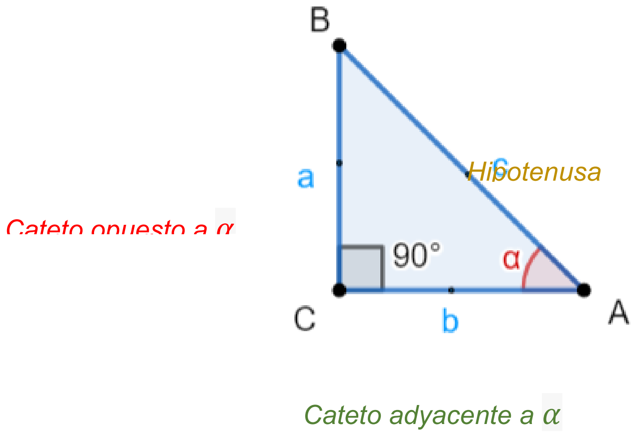
C = 180º - Aº - Bº

C = 180º - 41º - 83º

C = 56º

Funciones trigonométricas inversas

Las razones inversas del seno, coseno y la tangente. Dado un triángulo rectángulo, definimos la cosecante, la secante y cotangente de un ángulo como las razones inversas del seno, coseno y tangente, respectivamente.



FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DIRECTAS	FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS
$sin\ (\alpha)\ = \dfrac{opuesto}{hipotenusa}$	$\alpha = sin^{-1}\left(\dfrac{opuesto}{hipotenusa}\right)$
$cos\ (\alpha)\ = \dfrac{adyacente}{hipotenusa}$	$\alpha = cos^{-1}\left(\dfrac{adyacente}{hipotenusa}\right)$
$tan\ (\alpha)\ = \dfrac{opuesto}{adyacente}$	$\alpha = Tan^{-1}\left(\dfrac{opuesto}{adyacente}\right)$

Ejercicio resuelto 1:

Resolver el triángulo conociendo los dos catetos

$b = 10m$, c= $18\, m$

De la función Tangente

$$tan\ (\alpha) = \frac{opuesto}{adyacente}$$

Obtenemos la inversa

$$\alpha = Tan^{-1}\left(\frac{opuesto}{adyacente}\right)$$

y resolvemos

$$\alpha = Tang\left(\frac{\mathbf{10}}{18}\right)^{-1}$$

$$\alpha = 29°05'$$

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Participa activamente en el FORO DEBATE.

4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.

5. Realizar la práctica propuesta por el docente.

6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.

7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.

8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.

9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.

10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿De qué manera se aplican las razones y funciones trigonométricas en la planificación y diseño de proyectos en ingeniería y arquitectura?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Resolución de Ejercicios.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

IV. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 4

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Estadística y Probabilidades					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Estadística Descriptiva					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Probabilidades					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Básica					
1.6.	Unidad	4					
1.7.	Total, Horas Unidad	30					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	3	APE	12

Resultado de Aprendizaje

Analizar e interpretar datos estadísticos, así como cálculo y aplicación de conceptos de probabilidad en situaciones prácticas vinculadas a la seguridad laboral. Habilidad para calcular medidas de tendencia central y dispersión, crear e interpretar gráficos estadísticos, y utilizar principios de probabilidad para evaluar riesgos y toma de decisiones eficientes.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 4: Estadística y Probabilidades

Tema 1: Estadística Descriptiva

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión clara de los conceptos básicos de población, muestra y variables en estadística.

- Conceptos básicos: población, muestra,
- variables.
- Medidas de tendencia central: media, mediana,
- moda.
- Medidas de dispersión: rango, varianza,
- desviación estándar.
- Representación gráfica de datos: histogramas,
- diagramas de caja.

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión clara de los conceptos básicos de población, muestra y variables en estadística.

Elementos Estadísticos

Población

Es el conjunto de personas u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación, es relativa al tipo de estudio que realizamos, puede estar constituido por personas, animales, registros médicos, los nacimientos, las muestras de laboratorio, los accidentes viales entre otros, es cuando se considera a todos los elementos.

Ejemplos propuestos 1:

- **Población de una universidad**

El número total de personas que estudien o trabajen en una universidad conforman una población. También es posible referirse únicamente a los estudiantes, lo cual es más común. Es quizás el ejemplo más clásico, ya que en las universidades donde se imparte estadística los estudiantes son la población más cercana y conocida para analizar.

- **Población de animales en una zona**

En numerosos parques y reservas naturales se mantiene controlada la población total de animales para evitar que agoten sus fuentes de alimento o sus territorios.

- **Población de habitantes en un país**

Es el ejemplo más conocido a nivel general, debido a los censos efectuados cada varios años por los gobiernos para medir el crecimiento o caída en las comunidades a lo largo de una nación.

Muestra

Es un subconjunto o parte de la población en que se llevará a cabo la investigación. Hay procedimientos para obtener la cantidad de los componentes de la muestra como fórmulas, lógica y otros. La muestra es una parte representativa de la población.

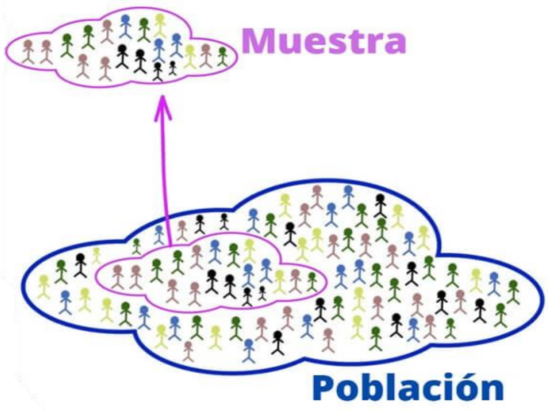


Imagen tomada de
https://www.lifeder.com/ejemplos-de-poblacion-muestra/

Ejemplo 1

Para analizar la calidad de sus productos, en una empresa encargada de fabricar airfryers se busca conocer qué porcentaje de freidoras de aire salen defectuosas. Para esto se encarga a un grupo de empleados seleccionar aleatoriamente 200 unidades del lote de 10.000 que se producen por día. A partir de los datos obtenidos en esta muestra se realiza un estudio del porcentaje de defectuosos y se hacen las correspondientes estimaciones.

Ejemplo 2

Se quiere conocer el salario promedio de los ciudadanos del país, en lugar de preguntar a los millones de trabajadores, se recoge una pequeña muestra.
En este sentido, por ejemplo, se tomará en consideración 100.000 habitantes. Si bien es una tarea ardua, es mucho más asequible preguntar a esta cifra que a los más de 100 millones que viven en México.

Ejemplo 3

Un alumno de universidad que estudia Estadística quiere saber, del total de profesores de las universidades privadas del país, cuál es la edad promedio de los docentes universitarios. Para ello realiza una encuesta vía correo electrónico a 300 profesores elegidos de forma aleatoria en diversos centros, sobre los que desarrollará sus conclusiones.

Variable

Es una característica de la población o muestra cuya medida puede cambiar de valor, se representa simbólicamente mediante las letras del alfabeto y según su naturaleza pueden ser cuantitativa y cualitativa.

Por ejemplo: edad, ingresos, peso, altura, presión, humedad o cantidad de hermanos.

Frecuencia

Es el número de veces que aparece un valor en un conjunto de datos. Es decir, la frecuencia es la cantidad de veces que se repite un valor en una muestra estadística.

Ejemplos propuestos 2:

Si en una encuesta cinco personas han respondido que su color favorito es el azul, entonces la frecuencia del color azul es igual a 5.

Tipos de frecuencias

Frecuencia absoluta: consiste en el número de veces que aparece un valor en una muestra estadística.

Ejemplos Propuestos 3:

Las notas obtenidas en la asignatura de estadística en una clase de 30 alumnos son las siguientes.

5,6,4,8,6,9,6,5,9,4,8,7,10,5,10,8,9,8,7,6,10,5,8,9,5,10,5,7,10,

se tiene 6 estudiantes que obtuvieron una nota de 5

5,6,4,8,6,9,6,5,9,4,8,7,10,5,10,8,9,8,7,6,10,5,8,9,5,10,5,7,10,10 se tiene 4 estudiantes que obtuvieron una nota de 6

5,6,4,8,6,9,6,5,9,4,8,7,10,5,10,8,9,8,7,6,10,5,8,9,5,10,5,7,10,

y así sucesivamente hasta obtener la tabla a continuación:

Nota	Frecuencia absoluta (fi)
4	2
5	6
6	4
7	3
8	5
9	4
10	6
Total	30

Frecuencia absoluta acumulada: se calcula sumando la frecuencia absoluta del valor más las frecuencias absolutas de todos los valores menores.

Nota	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)
4	2	2
5	6	2+6=8
6	4	8+4=12
7	3	12+3=15
8	5	15+5=20
9	4	20+4=24
10	6	24+6=30
Total	30	

Frecuencia relativa: Es la frecuencia absoluta partido por el número total de datos

El número total de datos en este caso es 30.

Nota	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)
4	2	2	2/30=0,07
5	6	2+6=8	6/30=0,2
6	4	8+4=12	4/30=0,13
7	3	12+3=15	3/30=0,1
8	5	15+5=20	5/30=0,17
9	4	20+4=24	4/30=0,13
10	6	24+6=30	6/30=0,2
Total	30		1

Ten presente que la suma de todas las frecuencias relativas siempre da como resultado 1, de lo contrario, significa que algún cálculo de la tabla de frecuencias está mal.

Frecuencia relativa acumulada: es igual a la suma de la frecuencia relativa del valor más las frecuencias relativas de todos los valores menores.

Nota	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)
4	2	2	2/30=0,07	0,07
5	6	2+6=8	6/30=0,2	0,07+0,2=0,27
6	4	8+4=12	4/30=0,13	0,27+0,13=0,40
7	3	12+3=15	3/30=0,1	0,40+0,1=0,50
8	5	15+5=20	5/30=0,17	0,50+0,17=0,67
9	4	20+4=24	4/30=0,13	0,67+0,13=0,80
10	6	24+6=30	6/30=0,2	0,80+0,20=1
Total	30		1	

Media de tendencia Central

Se llama medidas de posición, tendencia central o centralización a unos valores numéricos en torno a los cuales se agrupan, en mayor o menor medida, los valores de una variable estadística. Estas medidas se conocen también como promedios.

Para que un valor pueda ser considerado promedio, debe cumplirse que esté situado entre el menor y el mayor de la serie y que su cálculo y utilización resulten sencillos en términos matemáticos.

En el presente módulo estudiaremos la media aritmética, la mediana y la moda

Media Aritmética $\bar{x}$

La media aritmética es el cociente entre la sumatoria Σ de varios valores x_i y el número de ellos, constituye una medida de concentración y es el valor más representativo de una serie estadística. Además, puede considerarse como el centro de gravedad de la distribución. En fórmula tenemos:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$$

De donde:

$\bar{x}$: Media aritmética o medida promedio

x_i: Marcas, puntuaciones, valores individuales o medidas

Σx_i: Sumatoria de las puntuaciones individuales.

N = Número de casos.

Media aritmética de una serie estadística

Se utiliza la formula antes mencionada:

Ejemplos propuestos 4:

Para los datos:

12, 17, 25, 18, 17, 42 y 23

Calculamos la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 17 + 25 + 18 + 17 + 42 + 23}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{154}{7}$$

$$\bar{x} = 22$$

Media aritmética de una serie estadística de frecuencias

En este caso, aplicamos la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(x_i \cdot f_i)}{N}$$

Donde:

$x_i \cdot f_i$: Producto de la variable por la frecuencia

$\Sigma(x_i \cdot f_i)$: Sumatoria de dichos productos.

N: Número total de datos

Ejemplos propuestos 5:

Los datos de la tabla estadística que a continuación presentamos son estaturas en cm de 26 empleados. Determine la media aritmética:

Construimos la columna del producto de la variable por la frecuencia $x_i \cdot f_i$. Aplicamos la fórmula:

Estaturas en cm $(\mathbf{x_i})$	**Número de estudiantes** $(\mathbf{f_i})$	$\mathbf{x_i \cdot f_i}$
159	1	159
160	4	640
161	4	644
162	3	486
163	4	652
164	3	492
165	2	330
166	2	332
167	2	334
168	1	168
TOTAL	26	4237

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{4237}{26}$$

$$\bar{x} = 162{,}96$$

Media aritmética de una serie estadística de intervalos

En este caso, aplicamos la fórmula:

$$\overline{x} = \frac{\Sigma f \cdot PM}{N}$$

Donde:

$\Sigma f \cdot PM$: Es la sumatoria de los productos de las frecuencias, por los puntos medios correspondientes de cada intervalo.

Ejemplos propuestos 6:

Se tiene la siguiente distribución de pesos en libras de un grupo de herramientas que utilizan los trabajadores. Determine el peso medio.

1. Encontramos las marcas de clase o puntos medios de la serie (Pm).
2. Obtenemos la columna de los productos de la frecuencia por el punto medio $f \cdot P_m$.
3. Aplicamos esta fórmula.

Peso (lbs)	# trabajadores (f)	Marca de clase (Pm)	$f \cdot P_m$
77 - 82	7	79,5	556,5
71 - 76	4	73,5	294
65 - 70	11	67,5	742,5
59 - 64	5	61,5	307,5
53 - 58	6	55,5	333
47 - 52	9	49,5	445,5
41 - 46	2	43,5	87
35 - 40	10	37,5	375
TOTAL	54		3141

$$\overline{x} = \frac{\Sigma f \cdot PM}{N}$$

$$\overline{x} = \frac{3141}{54}$$

$$\overline{x} = 58{,}17$$

Mediana (me)

Se trata de un conjunto con un valor que se encuentra entre la mitad de otros valores. Si ordenas un determinado conjunto de números de mayor a menor, verás que la mediana se ubica en medio de ese orden.

Consideremos los números 5, 8, 1, 18, 4, ordenándolos tenemos 1, 4, 5, 8, 18 el número de en medio, o mediana para este conjunto es el número 5, por cuanto la serie es impar.

1, 4, 5, 8, 18 me = 5

Supongamos que el conjunto formado por los números 6, 2, 16, 3, 5, 10, 11, 11, ordenando tenemos 2, 3, 5, 6, 10, 11, 11, 16, la mediana es 8, la cual está entre los números 6 y 10, que resulta de sumar y dividir para dos

2, 3, 5, 6, 10, 11, 11, 16

8 (Md)

Mediana de una serie estadística (md)

Procedimiento:

1. Ordenamos la serie en sentido descendente o ascendente;
2. Si la serie consta de un número impar de términos la mediana es el término medio;
3. Si la serie tiene un número par de términos la mediana es igual a la semisuma de los dos valores centrales.

Ejemplos propuestos 7:

1. De: 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, la mediana es 18
2. De: 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27… la mediana es $\frac{19+21}{2} = 20$
3. Dados los datos: 23, 45, 34, 28, 39, 42, 29, 37, 40, 25, 30, 39 y 26 hallar la mediana

23, 25, 26, 28, 29, 30, 34, 37, 39, 39, 40, 42, 45

Me = 34

4. Dados los datos: 120, 134, 100, 108, 123, 130, 110, 108, 129, 105, 117, y 126 hallar la mediana.

100, 105, 108, 108, 110, 117, 120, 123, 126, 129, 130, 134

$$\text{Me} = \frac{117+120}{2} = \frac{237}{2} = 118{,}5$$

Mediana de una serie estadística de frecuencia

Procedimiento:

1. Determinamos la columna de la frecuencia acumulada.
2. La mediana es el valor de la variable correspondiente a la frecuencia acumulada inmediata aquella que sobre pasa la mitad del número total de casos.

Ejemplos propuestos 8:

Halle la mediana de los datos de la distribución siguiente:

X_i Edades	F_i Número de personas	Fa
40	10	10
45	8	18
50	20	38
55	15	53
60	34	87 $\Rightarrow$ Me
65	7	94
70	11	105
75	10	115
TOTAL	115	

$\frac{n}{2} \longrightarrow \frac{115}{2} = 57{,}5$

me = 60

me = 500

Mediana de una serie estadística de intervalos

Procedimiento:

1. Obtenemos la columna de la frecuencia acumulada.
2. Dividimos el número de casos por 2 (n/2), este cociente nos permite localizar la posición que corresponde a la mediana, buscando la frecuencia acumulada que sobrepasa la mitad del número de casos;
3. Aplicamos la fórmula:

$$Me = L_{ri} + \frac{\frac{n}{2} - f_{anterior}}{f_{propia}} \cdot c$$

Ejemplos propuestos 9:

La edad de 550 trabajadores de la empresa EvitaRiesgos se encuentra distribuida de la siguiente manera: Determinar la mediana (Md).

Edades	**Edades**	**Número de trabajadores**	**f_a**
(Límites aparentes)	**(Límites reales)**	**f_i**	
61 – 65	60, 5 - 65,5	3	550
56 – 60	55,5 – 60,5	8	547
51 – 55	50,5 – 55,5	16	539
46 – 50	45,5 – 50,5	28	523
41 – 45	40,5 – 45, 5	40	495
36 – 40	35,5 – 40, 5	66	455
31 – 35	30,5 – 35, 5	100	389
26 – 30	25,5 – 30, 5	190	289 $\Rightarrow$ Me
21 – 25	20,5 – 25,5	84	99
16 – 20	15,5 – 20,5	15	15
TOTAL		550	

$$\frac{n}{2} = \frac{550}{2} = 275$$

$$\mathrm{Me} = \mathrm{L_{ri}} + \frac{\frac{n}{2} - f_{\mathrm{anterior}}}{f_{\mathrm{propia}}} \cdot c$$

$$\mathrm{Me} = 25{,}5 + \frac{275 - 99}{190} \cdot 5$$

Números en la serie	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**
Repeticiones	2	2	5	6	2	3

$$\mathrm{Me} = 25{,}5 + \frac{176}{190} \cdot 5$$

Me = 25,5 + 4,63

Me = 30,13

Moda

La moda estadística de un conjunto de datos se define como el número que está representado más veces dentro de esos datos, es decir, aquel número que presenta una mayor frecuencia absoluta dentro de la muestra, puede ser calculada tanto para variables cuantitativas como para variables cualitativas.

Tipos de Moda

Podemos distinguir distintos tipos de moda estadística, en función del número de números que se repitan una misma cantidad de veces, siendo ese número de repeticiones, el máximo del conjunto. Dicho así parece algo complicado, pero es un término mucho más simple de lo que pueda parecer.

Ejemplos propuestos 10:

Calcule la moda de la siguiente serie numérica:

$$5,\ 3,\ 6,\ 5,\ 4,\ 5,\ 2,\ 8,\ 6,\ 5,\ 4,\ 8,\ 3,\ 4,\ 5,\ 4,\ 8,\ 2,\ 5,\ 4$$

El valor más veces repetido es el 5 número, Por tanto, la moda es:

$$\mathbf{Mo} = \mathbf{5}$$

Moda de una serie estadística de intervalos

Ejemplos propuestos 11:

Calcule la moda de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

Intervalo	(fi)Frecuencia Absoluta
(60-63)	5
(63-66)	18
(66-69)	42
(69-72)	27
(72-75)	8
	100

Procedimiento:

1. En primer lugar, buscamos el intervalo donde se encuentra la moda, que será el intervalo que tenga la mayor frecuencia absoluta la cual es 42 entonces la clase modal es (66-69);

2. Aplicaremos la fórmula para el cálculo de la moda para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos.

$Lim\ inf = 66;\ \ f_i = 42;\ \ f_{i-1} = 18;\ \ f_{i+1} = 27;\ \ a_i = 3$

Fórmula de la moda:

$$M_o = L_i + \left(\frac{(f_i - f_{i-1})}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})}\right) \cdot a_i$$

Sustitución de valores:

$$M_o = 66 + \left(\frac{(42-18)}{(42-18)+(42-27)}\right) \cdot 3 = 67.846$$

Por lo tanto, la moda es:

$$M_o = 67.846$$

Medidas de dispersión

La desviación estándar, la varianza y el rango son algunas de las medidas de dispersión (medida de la variabilidad) en la estadística descriptiva. Se calculan para describir la dispersión de los valores de una muestra en torno a un Parámetro de ubicación. En pocas palabras, los parámetros de dispersión son una medida de cuánto fluctúa una muestra en torno a un valor medio

Rango

El rango, es la distancia entre el mínimo y el máximo de una distribución, es decir, la distancia entre el valor más pequeño y el más grande.

$$\text{Rango} = \mathrm{R_{max}} - \mathrm{R_{min}}$$

Ejemplos propuestos 12:

Para el conjunto de datos A = {7,5; 7,9; 7,5; 8,2; 8,1; 8,2; 8,3; 7,5; 8,0; 8,0}

a) Calculamos el rango

Rango = 8, 3 – 7,5

Rango = 0,8

Varianza

La varianza mide la desviación de la media. Para el cálculo de la varianza, la suma de las varianzas al cuadrado se divide por el número de valores.

Ejemplos propuestos 13:

Estructuramos una tabla del anterior ejemplo para determinar los desvíos

b) Calculamos la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{7{,}5 + 7{,}9 + 7{,}5 + 8{,}2 + 8{,}1 + 8{,}2 + 8{,}3 + 7{,}5 + 8{,}0 + 8{,}0}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{79{,}2}{10}$$

$$\bar{x} = 7{,}92$$

	Desvíos		
x_i	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert^2$	**X_i^2**
7,5	0,42	0,1764	56,25
7,9	0,02	0,0004	62,41
7,5	0,42	0,1764	56,25
8,2	0,28	0,0784	67,24
8,1	0,18	0,0324	65,61
8,2	0,28	0,0784	67,24
8,3	0,38	0,1444	68,89
7,5	0,42	0,1764	56,25
8	0,08	0,0064	64
8	0,08	0,0064	64
TOTAL	2,56	0,876	628,14

Calculamos la desviación media

$$DM = \frac{\Sigma \lvert x - \bar{x} \rvert}{N}$$

$$DM = \frac{2{,}56}{10}$$

DM = 0,256

$$\delta^2 = \frac{\Sigma \lvert x - \bar{x} \rvert^2}{N}$$

$$\delta^2 = \frac{0{,}876}{10}$$

$$\delta^2 = \frac{0{,}876}{10}$$

Desviación estándar

Las medidas de dispersión más comunes para las variables métricas son la desviación estándar y la varianza. Estas dos medidas relacionan cada característica de una variable con el valor medio y, por tanto, indican hasta qué punto las características individuales están dispersas en torno al valor medio.

Ejemplos propuestos 14:

Tomamos datos del anterior ejemplo y se tiene:

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma|x - \bar{x}|^2}{N}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{0{,}876}{10}}$$

$$\delta = \sqrt{0{,}0876}$$

$$\delta = 0{,}2959$$

Representación gráfica de datos:

Diagramas de barras

Los diagramas de barras son rectángulos o barras cuyas áreas son proporcionales a los datos del fenómeno que se investiga. Se los utiliza para representar variables discretas, éstas en el eje X y las frecuencias en el eje Y, además se debe tomar en cuenta los siguientes criterios:

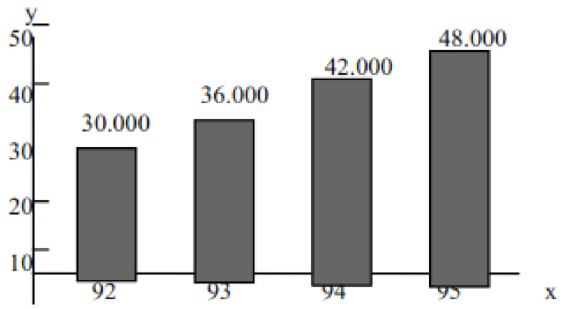
1. Escala adecuada (en cuanto a la variable y frecuencia pueden ser diferentes)
2. Uniformidad en el ancho de las barras
3. El espacio entre barras debe ser estándar (constante).

Para representar los diagramas de barras, se utilizan de dos formas, estas son:

Diagramas de barras verticales

Es un conjunto de rectángulos ubicados en el primer cuadrante del sistema de coordenadas rectangulares. El eje X sirve como base de dichas figuras geométricas. Cada rectángulo representa uno de los datos de la variable.

X	Nº de afiliados en miles
92	30
93	36
94	42
95	48



Diagramas de barras horizontales

Se caracteriza por que en el eje X se localizan las frecuencias y en el eje Y, los valores de las variables. Consecuentemente, en el eje Y se ubican las bases de los rectángulos.

Ejemplo. - Representar en un gráfico de barras horizontales la serie estadística anterior

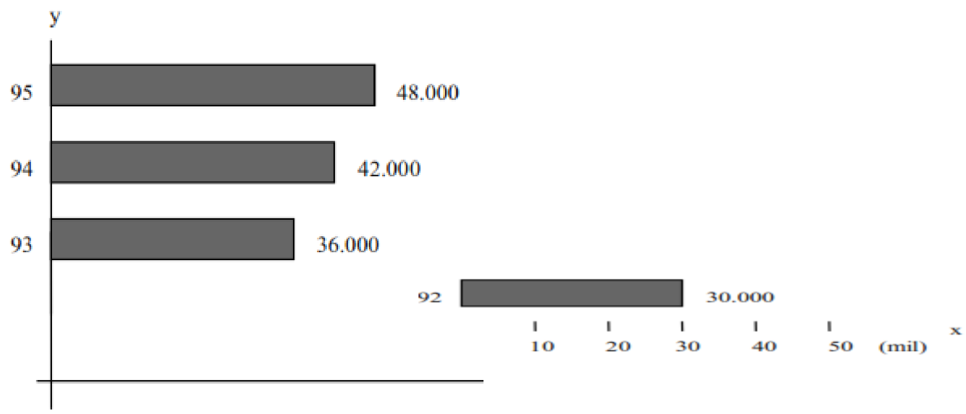


Diagrama de barras compuestas

Es la representación de dos series de datos a fin de poder realizar confrontaciones, comparaciones.

Procedimiento:

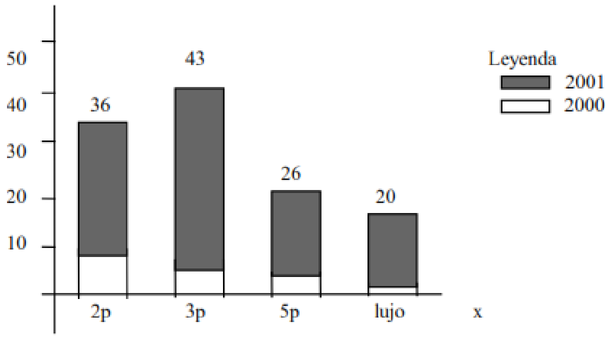
1. Sumamos las dos frecuencias;

2. Representamos en cada barra el total de las dos frecuencias;

3. Compartimos en cada una de las barras las dos frecuencias identificándolas con la leyenda respectiva;

X	f_1 2000	f_2 2001
Dos puertas	10	26
Tres puertas	8	35
Cinco puertas	6	20
Modelo lujo	1	19
TOTAL	25	100

X	f_1	f_2	TOTAL
Dos puertas	10	26	36
Tres puertas	8	35	43
Cinco puertas	6	20	26
Modelo lujo	1	19	20



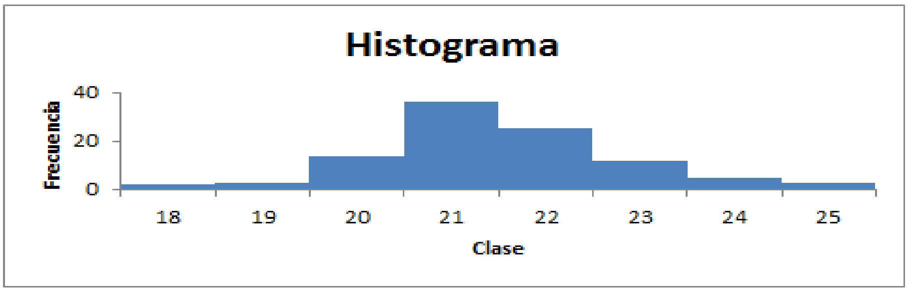
Histograma

Es un conjunto de barras continuas que corresponden a una distribución de frecuencias, permitiendo representar las frecuencias de cada intervalo por regiones cerradas que forman una superficie o área.

Procedimiento:

1. Trazamos las barras correspondientes para cada una de las frecuencias una a continuación de otras, esto es, sin separarlas.

2. Construimos el gráfico.



Aplicaciones en el Ámbito Laboral

La Estadística “Ciencia Central de otras Ciencias”, está relacionada con el Método Científico que proporciona al profesional herramientas necesarias para una correcta “Toma de Decisiones”, en el ámbito laboral mejorando la productividad personal y de la empresa. En Estadística, se trata principalmente de utilizar datos muestrales para hacer inferencias (generalizaciones) sobre una población completa.

Razones para muestrear:

Resulta menos costoso para las empresas, y se requiere de menos tiempo para procesar la información.

Los resultados que se obtienen de la muestra son altamente confiables.

Usos de la estadística en las empresas

Realizar predicciones

- Los gestores analizan los datos del pasado para encontrar tendencias estadísticas y hacer predicciones sobre el futuro.
- Por ejemplo, podrían analizar las ventas anteriores de todos los productos vendidos para hacer estimaciones sobre el volumen de ventas futuras en determinadas condiciones económicas. A su vez, estas proyecciones se utilizarían para establecer programas de producción.

Medición del rendimiento

- Un uso habitual de la estadística es la medición del rendimiento. Por ejemplo, se pueden recopilar datos sobre un pequeño número de unidades de producto para hacer una estimación sobre el nivel de calidad de todo un lote de producción; esto se conoce como muestreo estadístico y se utiliza para determinar si se acepta o se rechaza un lote.

Estudios de mercado

- Las empresas utilizan las estadísticas en los estudios de mercado y el desarrollo de nuevos productos. Realizan encuestas aleatorias a los consumidores para calibrar la aceptación del mercado y el potencial de un producto propuesto.

- Los directivos quieren saber si habrá suficiente demanda para el producto. ¿Hay suficiente demanda para justificar el gasto en el desarrollo del producto y, en última instancia, la construcción de una planta para producirlo? A partir del análisis estadístico

Riesgo/rendimiento de las inversiones

- El objetivo de un nuevo proyecto de inversión es optimizar el rendimiento y minimizar el riesgo. Los métodos estadísticos pueden permitir a un gestor evaluar el proyecto en diferentes entornos económicos, cambios en las preferencias de los consumidores y fuerza de la competencia.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿Cómo influyen los conceptos básicos de estadística descriptiva en la toma de decisiones informadas en diferentes campos?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Resolución de Ejercicios.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

Tema 2: Probabilidades

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión básica de los conceptos de probabilidad y su aplicación.

1. Conceptos básicos de probabilidad.
2. Probabilidad condicional e independencia de
3. eventos.
4. Variables aleatorias y distribuciones de
5. probabilidad.
6. Distribuciones discretas y continuas.

Conceptos básicos de Probabilidad

Espacio muestral

Es el conjunto de todos los posibles resultados del experimento

Ejemplo: Es espacio muestral del lanzamiento de un dado es:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Sucesos

Un suceso, S, es cualquier subconjunto del espacio muestral.

a) Las dos tiradas salen distintas: $S = \{XC, CX\}$.

b) La suma es un número primo: $S = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

c) Se reciben menos de 100 cartas: $S = \{0, 1, 2, . . . , 99\}$.

d) Hay deflación: $S = (-\infty, 0)$.

Dos sucesos importantes son el suceso imposible o vacío, $\varphi = \{\}$ y el suceso seguro, Ω

Probabilidad

La probabilidad se refiere a la mayor o menor posibilidad de que ocurra un suceso. Su noción viene de la necesidad de medir la certeza o duda de que un suceso dado ocurra o no. Esta establece una relación entre el número de eventos favorables y el número total de sucesos posibles (espacio muestral), como lo es tirar una moneda, tirar un dado, un juego de lotería o un juego de Póker.

$$P = \frac{nA}{nE}$$

Donde:

P = probabilidad

nA = Eventos favorables

nE = Espacio muestral

Ejemplo:

En una urna hay 8 bolas rojas, 4 bolas verdes y 5 bolas amarillas. Determinar: La probabilidad de extraer al azar una bola verde

Datos:

nA = 4

nE = 8+4+5 $\rightarrow$ nE = 17

Aplicando la formula se tiene

$P = \frac{nA}{nE}$

$$P = \frac{4}{17}$$

$$P = 0{,}24$$

$$\boldsymbol{P = 24\%}$$

Tipos de probabilidad

Frecuencial

Aquella que determina la cantidad de veces que un fenómeno puede ocurrir, considerando un número determinado de oportunidades, a través de la experimentación.

Matemáticas

Pertenece al ámbito de la aritmética, y aspira al cálculo en cifras de la probabilidad de que determinados eventos aleatorios tengan lugar, a partir de la lógica formal y no de su experimentación.

Binomial

Aquella en la que se estudia el éxito o fracaso de un evento, o cualquier otro tipo de escenario probable que tenga dos posibles resultados únicamente.

Objetiva

Se denomina así a toda probabilidad en la que conocemos de antemano la frecuencia de un evento, y simplemente se dan a conocer los casos probables de que ocurra dicho evento.

Subjetiva

Contrapuesta a la matemática, se sustenta en ciertas eventualidades que permiten inferir la probabilidad de un evento, aunque alejada de una probabilidad certera o calculable. De allí su subjetividad.

Lógica

La que posee como rasgo característico que establece la posibilidad de ocurrencia de un hecho a partir de las leyes de la lógica inductiva.

Condicional

Aquella que se emplea para comprender la causalidad entre dos hechos distintos, cuando puede determinarse la ocurrencia de uno tras la ocurrencia del otro.

Probabilidad Condicional e Independencia de Eventos

Probabilidad Condicional

La probabilidad condicional se calcula como el cociente entre la probabilidad conjunta y la probabilidad marginal del evento impuesto como condición.

Es decir, la probabilidad condicional es aquella que depende de que se haya cumplido otro hecho relacionado.

Si tenemos un evento, que denominamos A, condicionado a otro evento, al cual denominamos B, la notación sería P(A|B) y la fórmula sería la siguiente:

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$

Ejemplo:

Supongamos que tenemos un aula con 40 alumnos, siendo el 50 % de 15 años y el otro 50% de 16 años. Además, sabemos que 18 integrantes del salón tienen 15 años y usan resaltador en sus libros

¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante del salón use resaltador si tiene 15 años?

Pasos

1) sabemos que la probabilidad de que el estudiante tenga 15 años es

50% =0,50 (P(B)).

2) La probabilidad que de que un estudiante tenga 15 años y use resaltador es 18/40=45%=0,45

Por lo tanto, la probabilidad de que un estudiante use resaltador si tiene 15 años se calcularía de la siguiente forma:

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$

$$P(A|B) = 0{,}45/0{,}50$$

$$P(A|B) = 0{,}90$$

$$P(A|B) = 90\%$$

Es decir, existe un 90% de probabilidad de que un estudiante use resaltador si tiene 15 años.

Independencia de Eventos

Los eventos A y B son independientes (es decir, eventos cuya probabilidad de ocurrir juntos es producto de sus probabilidades individuales). si

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Si A y no B son independientes entonces son dependientes.

Ejemplo:

¿Cuál es la probabilidad de obtener cara y sello cuando se lanza una moneda por dos ocasiones?

Pasos

1) Se Requiere el espacio muestral (E), entonces,

E = {CC, CS, SC, SS}

2) Obtener la probabilidad de que salga cara P(A)

nA = Que salga cara → nA = 1

nE = Dos opciones o cara o sello → nE = 2

$$P = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{2}$$

3) Obtener la probabilidad de que salga sello P(B)

nA = Que salga sello → nA = 1

nE = Dos opciones o cara o sello → nE = 2

$$P = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{2}$$

4) $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

5) $\boldsymbol{P(A)P(B) = P(A \cap B)}$

$$\boldsymbol{P(A)P(B)} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

Entonces tenemos

$$\boldsymbol{P(A)P(B) = P(A \cap B)}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Variables aleatoria y distribuciones de probabilidad.

Distribución de Probabilidad

Son las distribuciones de probabilidad las que permiten establecer mediante un conjunto de sucesos toda la gama de resultados probables de ocurrir en un experimento determinado expresados en tablas y gráficas. Esta es una herramienta fundamental para la prospectiva, puesto que con ella es posible diseñar un escenario de acontecimientos futuros considerando las tendencias actuales de diversos fenómenos.

Tipos de variables utilizadas en la distribución de probabilidad

Existen tres variables que representan lo que son las distribuciones de probabilidad:

Variable aleatoria: Define el resultado de un evento aleatorio que se presenta al azar en cualquier situación o experimento.

En muchos experimentos aleatorios los resultados no son intrínsecamente numéricos; el número resulta de aplicar un instrumento de medida (función) al objeto observado. Una variable aleatoria es una función que a cada suceso elemental de un espacio muestral le asigna un número.

Ejemplo:

Sea el experimento "Tirar un dado". El espacio muestral es entonces:

$$E = \{6\}$$

Los valores correspondientes a la variable aleatoria "Resultado obtenido" serían:

X= (1)   X= (2)   X =(3)   X =(4)   X= (5)   X= (6)

y sus correspondientes probabilidades:

$$P(X = 1) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 2) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 3) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 4) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 5) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 6) = \frac{nA}{nE} = \frac{1}{6}$$

Obsérvese que para cualquier valor x real tiene sentido calcular

Variable aleatoria discreta: Es aquella que solo toma ciertos valores (frecuentemente enteros) y que resulta específicamente del conteo realizado.

Variable aleatoria continua: Es aquella que es producto de la medición y puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo dado.

División de las distribuciones de probabilidad

Los estadistas siempre se han sentido fascinados con los fenómenos y acontecimientos que ocurren en la vida cotidiana, por lo que se han dado a la tarea de construir modelos basados en lo que son las distribuciones de probabilidad a través de la experimentación. Algunos de los más utilizados son:

Distribución de probabilidad Binomial: Es una probabilidad discreta y se presenta con mucha frecuencia en nuestra vida cotidiana, es utilizada con acontecimientos que tengan respuesta binaria. Algunos ejemplos donde se aplica la distribución binomial son: Tener la certeza si una persona presenta o no una enfermedad o si una mujer se encuentra en estado de embarazo.

Distribución de probabilidad de Poisson: Expresa el número de veces que se presenta un acontecimiento durante un intervalo específico que puede ser de tiempo, distancia, área o volumen. Un ejemplo puede ser el número de accidentes automovilísticos en el año.

Distribución de probabilidad normal: Adapta una variable aleatoria a una función que depende de la media y la desviación típica, este tipo de distribución es muy utilizada, un ejemplo puede ser la duración de un embarazo, el cociente intelectual, entre otros.

Distribución hipergeométrica: Es una distribución discreta que modela el número de eventos en una muestra de tamaño fijo sin tomar en cuenta la desviación estándar. Cuando se elige un elemento de la población, no se puede volver a elegir.

Distribuciones Discretas y Continuas

Distribuciones Discretas

Describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria. Se le entiende como una serie de pruebas o ensayos en la que solo podemos tener 2 resultados (éxito o fracaso), siendo el éxito nuestra variable aleatoria.

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

Donde:

n = Numero de ensayos/experimentos

x = número de éxitos

p = Probabilidad de éxito

q = Probabilidad de fracaso

Ejemplo 1:

Determinar la probabilidad de que en tres lanzamientos de una moneda se obtenga:

a) 3 caras

b) 2 cruces y 1 cara

c) Por lo menos 1 cara

d) No más de una cruz

a) Datos

n = 3

x = 3

p = ½

q =1/2

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

$$f(x) = P(X = x) = \binom{3}{3} \frac{1}{2}^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{3!}{3!\,(3-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{1}{8}$$

b) Datos

n = 3

x = 2

p = ½

q =½

$$f(x) = P(X = x) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = \frac{3!}{2!\,(3-2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{1}$$

$$(x) = P(X = x) = \frac{3x2x1}{2x1(1)} * \frac{1}{4} * \frac{1}{2}$$

$$(x) = P(X = x) = \frac{3}{8}$$

c) P(por lo menos 1 cara)

Datos P(1, 2, o 3 caras)

P(1 cara) + P(2 caras) + P(3 caras)

$$f(x) = P(X \geq 1) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{2} + \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{1} + \binom{3}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$$

$$f(x) = P(X \geq 1) = \frac{7}{8}$$

d) P (no más de una cruz)

Datos P (0 cruces o 1 cruz)

P (0 cruces) + P (1 cruz)

$$f(x) = P(X \leq 0) = \binom{3}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{0} + \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{1}$$

$$f(x) = P(X \leq 0) = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 2:

Imaginemos que un 70% de personas en el mundo ha visto el partido de la final del último mundial de fútbol. Tras el evento, 5 amigos se reúnen a conversar, ¿Cuál es la probabilidad de que 3 de ellos hayan visto el partido?

Datos

n = 5

x = 3

p =70% → 0,70 Probabilidad de los que Si han visto el partido de futbol

q =30% → 0,30 Probabilidad de los que No han visto el partido de futbol

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

$$P(X) = \binom{5}{3} 0,70^3 * 0,30^{5-3}$$

$$P(X) = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} 0,70^3 * 0,30^{5-3}$$

$$P(X) = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} 0,70^3 * 0,30^{5-3}$$

$$P(X) = \frac{5 * 4 * 3 * 2 * 1}{3!\,(2)!} 0,70^3 * 0,30^{5-3}$$

$$P(X) = \frac{5 * 4 * 3 * 2 * 1}{3 * 2 * 1(2 * 1)} 0,70^3 * 0,30^2$$

$$P(X) = \frac{120}{12} 0,343 * 0,09$$

$$P(X) = 0,31 = 31\%$$

Distribuciones Continua

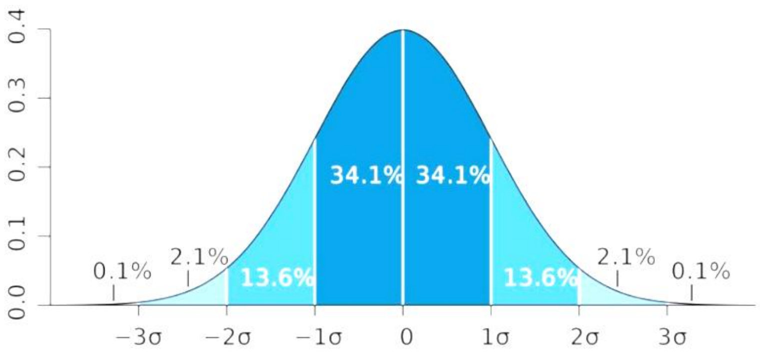
La distribución continua se utiliza para representar, cómo se distribuyen los datos y se define

Principalmente por:

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\sigma}}$$

• La media (μ): la media representa la ubicación del centro de sus datos (o el promedio).

• La desviación estándar (σ): la desviación estándar es una medida de la cantidad de variación o dispersión de un conjunto de valores y representa la extensión de sus datos.
Su gráfico es



La distribución normal se representa gráficamente mediante lo que se llama una "curva de campana por su forma. Se utiliza una curva de distribución normal para evaluar la ubicación de un punto de datos en términos de la desviación estándar y la media.

En la distribución normal z siempre se obtiene que:

$$\bar{X} = 0$$

s=1

Ejemplo:

Los vehículos de una cooperativa de taxis tienen en promedio 5 años de rodaje. Si la desviación típica es 0,85 hallar el valor z para un carro de 1 años de circulación.

Datos

x = 5

$\boldsymbol{\mu}$ = 1

$\boldsymbol{\sigma}$ **=** 0,85

$$\boldsymbol{Z = \frac{x - \mu}{\sigma}}$$

$$\boldsymbol{Z = \frac{5 - 1}{0,85}}$$

$$\boldsymbol{Z = 4,71}$$

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: ¿Cómo se aplican los conceptos básicos de probabilidad para predecir y gestionar riesgos en diversas disciplinas?

Instrucciones para Participar:

- Exponga su punto de vista acerca del tema.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

TALLER PRÁCTICO

Taller: Ejercicios propuestos.

Consigna: Resolver los ejercicios planteados utilizando el software explicado en clase.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test 1 de la unidad considerando lo Siguiente:
    a. No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
    b. Revisa que tu conexión a internet sea estable
    c. Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base
5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

V. Bibliografía

Bibliografía básica

Baldor, A. (2020). Aritmética: Teórico, práctico, con 7008 ejercicios y problemas. Patria Educación.

Baldor, A. (2020). Geometría y Trigonometría. Patria Educación.

Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2018). Analítica, Precálculo Álgebra y Trigonometría con Geometría. Cengage Learning.

Bibliografía de consulta

Académica de Ciencias Exactas APOL. (2020). El libro Rojo de las Matemáticas. Obtenido de: https://es.slideshare.net/slideshow/libro-rojo-apol-2020pdf/252127171

Ayres, J., & Mendelson, E. (2010). Cálculo. Editorial Me Graw Hill. Obtenido de: https://eesppindoamerica.edu.pe/wp-content/uploads/2023/02/CALCULO.pdf

Bell, E. T. (edición 2021). Historia de las matemáticas. México: Fondo de cultura económica. Obtenido de https://books.google.es/books?id=zeVFEAAAQBAJ&lpg= PP1&ots=5IL2rrBFrR&dq=matematicas&lr&hl=es&pg=PA5#v=onepage&q&f=false

Anexo 1: Modelo de Foro

Título del Foro:

[Nombre del Tema o Pregunta]

Desarrollo:

[Breve descripción del tema o pregunta]

Reglas del Foro:

Regla 1: Antes de participar en el debate, realiza una investigación exhaustiva sobre el tema en cuestión. Comprender los hechos, datos y argumentos relacionados con el tema fortalecerá tu posición y mejorarán la calidad de la discusión.

Regla 2: Muestra respeto hacia tus compañeros de debate, incluso si no estás de acuerdo con sus opiniones. Escucha activamente sus argumentos y evita interrupciones. Expresa tus puntos de vista de manera respetuosa y constructiva.

Regla 3: Contribuye de manera equitativa al debate, evitando la monopolización de la conversación. Respeta el tiempo asignado y asegúrate de que otros también tengan la oportunidad de expresar sus opiniones.

Anexo 2: Esquema de Taller/Investigación

Caratula:

(Escribe aquí los datos referentes a la materia, tema, periodo, Institución Educativa y logos)

Título:

(Escribe aquí el título principal de tu investigación)

Temas a investigar:

- **Tema 1:**
- **Tema 2:**
- **Tema 3:**

Conclusión:

Bibliografía

Anexos

Anexo 3: Rúbrica de Foro

INDICADORES	MS 5 PUNTOS	S 3 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Comprensión del tema	La respuesta argumentada demuestra conocimiento concreto del tema tratado.	La respuesta argumentada demuestra conocimiento general de la mayoría del tema.	La respuesta argumentada demuestra un conocimiento limitado del tema.	20 %
Cuestionamientos y criterios	Presentó las dudas e inquietudes que se le presentaron durante el desarrollo del tema, o al menos sacó diferentes conclusiones, que las expuso en el debate.	Presenta al menos 2 preguntas o argumentos, aunque demuestra que no ha comprende ni revisado en profundidad el material.	No presenta dudas ni argumentos, aunque conozca del tema, no aporta al debate.	20 %
Redacción y ortografía	No presenta errores ortográficos ni de redacción.	Presenta algunos errores ortográficos y/o de redacción.	Presenta muchos errores de redacción y de ortografía.	20 %
Interacción: relación/ confrontación con intervenciones de otros/as	Comparte activamente con de sus compañeros los temas planteados y resuelve dudas de sus compañeros con argumentos valederos en más de 2 intervenciones.	Comparte con de sus compañeros los temas planteados, argumentando en al menos de 2 intervenciones.	Plantea dudas a sus compañeros con el tema, sin embargo, no participa ni responde con argumentos lógicos. Solo interviene una vez.	20 %
Participación	Participa con más de 2 intervenciones, además de su contestación.	Participa al menos con 5 Intervenciones, además de su contestación.	No interviene en otra participación a más de la suya.	20 %
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 5 puntos

Anexo 4: Rubrica de taller práctico

INDICADORES	MS 10 PUNTOS	S 6 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Número de ejercicios resueltos	Realiza en su totalidad los ejercicios que se propones.	Realiza entre la mitad y más de los ejercicios propuestos.	Realiza la menor parte o no realiza ningún ejercicio propuesto.	**40%**
Procedimiento y resultados de los ejercicios resueltos	Desarrolla el procedimiento, lo detalla y organiza los datos obtenidos.	Desarrolla el procedimiento, lo detalla poco y organiza algunos, pero otros no.	Detalla poco o no detalla nada del procedimiento.	**40%**
Presentación	Maneja una presentación prolija de la tarea.	La tarea se presenta de una forma aceptable.	La tarea no cuenta con una buena presentación	**20%**
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 10 puntos