ISTRED
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO REY DAVID

PERIODO II
2023 - 2024

GUÍA DE APRENDIZAJE DEL ESTUDIANTE
MATEMÁTICA FINANCIERA

LCDA. YUNISLEYDIS VIRELLES QUINTANA
CONTABILIDAD Y ADMINISTRACIÓN TRIBUTARIA
1ER. SEMESTRE

Contenido

I. DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA 11

Información General 11

Requisitos 11

Descripción de la asignatura 11

Objetivos de la asignatura: 11

Introducción de la Asignatura 12

I. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 1 13

Información General 13

Resultado de Aprendizaje 13

Metodología 13

DESARROLLO 14

Unidad 1: Fundamentos de la Matemática Financiera y el Interés Simple 14

Tema 1: Fundamentos de la Matemática Financiera 14

1.1.1. Importancia y definiciones de las matemáticas financieras 14

1.1.2. El valor del dinero en el tiempo y el interés 17

1.1.3. Toma de decisiones en base al interés 18

1.1.4. Régimen de capitalización 20

1.1.5. Diagrama de flujo de caja 22

ACTIVIDADES PRÁCTICAS 25

FORO DE DEBATE 26

PRÁCTICA INVESTIGATIVA 26

PRÁCTICA TEST 27

Tema 2: Interés Simple 28

1.2.1. Concepto y cálculo del Interés Simple 28

Ejemplo 1.2.1. 29

1.2.2. Clases de Interés Simple 31

Ejemplo 1.2.2. 32

Solución Ejemplo 1.2.2. 32

1.2.3. Desventajas del Interés Simple 33

1.2.4. Monto Futuro y Valor Presente 33

1.2.4.1. Monto futuro o valor futuro 33

Ejemplo 1.2.4.1.1. 35

1.2.4.2. Capital inicial o valor presente 35

Ejemplo 1.2.4.2.1. 35

1.2.5. Descuento 36

1.2.5.1. Descuento bancario o comercial 37

Ejemplo 1.2.5.1.1. 38

1.2.5.2 Descuento real o justo 39

Ejemplo 1.2.5.2.1. 39

1.2.6. Ecuaciones de valor 40

Ejemplo 1.2.6.1. 41

1.2.7. Gráfica de Interés Simple 42

ACTIVIDADES PRÁCTICAS 44

FORO DE DEBATE 45
PRÁCTICA 45
PRÁCTICA TEST 47
II. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 2 48
Información General 48
Resultado de Aprendizaje 48
Metodología 48
DESARROLLO 49
Unidad 2: Interés Compuesto y Tasas de interés y Equivalencia Entre Tasas 49
Tema 1: Interés Compuesto 49
2.1.1. Concepto del Interés Compuesto 49
2.1.2. Variables que componen el interés compuesto 50
2.1.3. ¿Por qué el interés compuesto genera un mayor valor futuro que el interés simple? 51
Ejemplo 2.1.3. 52
2.1.4. Cálculo del valor futuro y del interés 52
Ejemplo 2.1.4. Monto Futuro e interés compuesto 54
2.1.5. Valor presente, valor actual o capital inicial 56
Ejemplo 2.1.5. 56
2.1.6. Cálculo de la tasa de interés 57
Ejemplo 2.1.6. 58
2.1.7. Cálculo del número de periodos 59
Ejemplo 2.1.7. 59

2.1.8. Descuento Compuesto 60

Ejemplo 2.1.8. Descuento Compuesto 61

Ejemplo 2.1.9. Calcular n en el descuento compuesto 61

ACTIVIDADES PRÁCTICAS 63

FORO DE DEBATE 64

PRÁCTICA 64

PRÁCTICA TEST 66

Tema 2: Tasa de interés y equivalencia entre tasas. 67

2.2.1. Tasas de interés 67

2.2.2. Tasa de interés periódica 68

2.2.3. Tasa de interés nominal 68

Ejemplos 2.2.3.1. Encuentre la tasa de interés según las siguientes tasas de intereses nominales. 69

2.2.4. Tasa de interés efectiva 71

Ejemplo 2.2.4.1. Tasa de interés efectiva 72

2.2.5. Tasa de interés anticipada 74

Ejemplo 2.2.5. Defina la frecuencia de capitalización y la tasa de interés anticipada, en las siguientes tasas de interés nominales. 74

2.2.6. Equivalencia entre tasas 76

2.2.6.1. Equivalencia entre tasas vencidas 76

2.2.6.2. Equivalencia entre tasas anticipadas 79

2.2.7. Cálculo del valor futuro, valor presente y del tiempo bajo tipo de interés continuo 81

2.2.7.1. Cálculo del valor futuro bajo interés continuo 82
2.2.7.2. Cálculo del valor presente bajo interés continuo 82
2.2.7.3. Cálculo del tiempo bajo interés compuesto continuo 83
2.2.8. Tasa de cambio y la inflación 84
2.2.8.1. Tasa de cambio 84
2.2.8.2. Inflación 85
ACTIVIDADES PRÁCTICAS 86
FORO DE DEBATE 87
PRÁCTICA INVESTIGATIVA 87
PRÁCTICA TEST 88
III. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 3 89
Información General 89
Resultado de Aprendizaje 89
Metodología 89
DESARROLLO 90
Unidad 3: Anualidades 90
Tema 1: Fundamento teórico de las anualidades 90
3.1.1. Flujo de efectivo 90
3.1.2. Conceptualización de anualidades 92
3.1.3. Renta y periodo de renta 93
3.1.4. Requisitos para que exista una anualidad 94
3.1.5. Representación gráfica de la anualidad 95

3.1.6. Importancia de las anualidades 97
3.1.7. Clasificación de las anualidades 98
3.1.7.1. Tipos de anualidades según el tiempo 98
Anualidades ciertas 99
Anualidades de contingente 99
3.1.7.2. Tipos de anualidades según los intereses 100
Anualidades simples 100
Anualidades generales 100
3.1.7.3. Tipos de anualidades según el momento de iniciación 100
Anualidades diferidas 100
Anualidades inmediatas 101
3.1.7.4. Tipos de anualidades según el pago 101
Anualidades vencidas 101
Anualidades anticipadas 101
ACTIVIDADES PRÁCTICAS 103
FORO DE DEBATE 104
PRÁCTICA INVESTIGATIVA 104
PRÁCTICA TEST 105
Tema 2: Ejercicios de anualidades 106
3.2.1. Anualidades vencidas 106
3.2.1.1. Valor actual de una anualidad vencida 106
Ejercicio – Valor presente de una anualidad vencida 107

3.2.1.2. Valor de la anualidad vencida a través de su valor actual 109

Ejercicio – Valor de la anualidad vencida conociendo su valor presente 109

3.2.1.3. Valor futuro de una anualidad vencida 110

Ejercicio – Valor futuro de una anualidad vencida..... 111

3.2.1.2. Valor de la anualidad vencida a través de su valor futuro..... 115

Ejercicio – Valor de la anualidad vencida conociendo su valor futuro 115

3.2.2. Anualidades anticipadas..... 117

3.2.2.1. Valor actual de una anualidad anticipada..... 117

Ejercicio – Valor presente de una anualidad anticipada..... 118

3.2.2.2. Valor de la anualidad anticipada conociendo su valor actual..... 120

Ejercicio – Valor de la anualidad anticipada conociendo su valor actual..... 120

3.2.2.3. Valor futuro de una anualidad anticipada 121

Ejercicio – Valor futuro de una anualidad anticipada 122

3.2.3. Anualidades diferidas 124

Ejercicio – Anualidad diferida con periodo de gracia muerto 124

Ejercicio – Anualidad diferida con periodo de gracia de cuota reducida 125

3.2.4. Anualidades perpetuas..... 126

Ejercicio – Anualidad perpetua..... 127

ACTIVIDADES PRÁCTICAS..... 128

FORO DE DEBATE..... 129

PRÁCTICA 129

PRÁCTICA TEST 131

IV. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 4 132
Información General 132
Resultado de Aprendizaje 132
Metodología 132
DESARROLLO 133
Unidad 4: Amortización y gradientes 133
Tema 1: Amortizaciones 133
4.1.1. Amortización método francés 133
4.1.1.1. Ejercicio de amortización método francés 133
4.1.2. Amortización método alemán 135
4.1.2.1. Ejercicio de amortización método alemán 136
4.1.3. Amortización con cuotas extra-pactadas 137
4.1.3.1. Ejercicio de amortización con cuotas extra-pactadas 137
4.1.4. Amortización con cuotas extra no pactadas 139
4.1.4.1. Ejercicio de amortización con cuotas extra-pactadas 140
4.1.5. Amortización con periodo de gracia muerto 143
4.1.5.1. Ejercicio de amortización con periodo de gracia muerto 144
4.1.6. Amortización con periodo de gracia con cuota reducida 145
4.1.6.1. Ejercicio de amortización con periodo de gracia con cuota reducida 146
ACTIVIDADES PRÁCTICAS 148
FORO DE DEBATE 149
PRÁCTICA 149

PRÁCTICA TEST 150
Tema 2: Gradientes 151
4.2.1. Concepto de gradiente 151
4.2.2. Gradiente aritmético o gradiente lineal 152
4.2.2.1. Gradientes lineales crecientes 153
4.2.2.2. Ejercicio gradiente lineal creciente 155
4.2.2.3. Gradientes lineales decrecientes 156
4.2.2.4. Ejercicio gradiente lineal decreciente 158
4.2.3. Gradiente geométrico o gradiente exponencial 160
4.2.3.1. Gradientes exponenciales crecientes 160
4.2.3.2. Ejercicio gradiente geométrico creciente 163
4.2.3.3. Gradientes exponenciales decrecientes 164
4.2.3.4. Ejercicio gradiente geométrico decreciente 167
ACTIVIDADES PRÁCTICAS 169
FORO DE DEBATE 170
PRÁCTICA INVESTIGATIVA 170
PRÁCTICA TEST 171
V. Bibliografía 172
Bibliografía básica 172
Bibliografía de consulta 172
Anexo 1: Modelo de Foro 173
Anexo 2: Esquema de Ensayo 174
Anexo 3: Esquema de Taller/Investigación 175

Anexo 4: Rubrica de taller práctico 176
Anexo 5: Rúbrica de Foro 177
Anexo 6: Rubrica de Ensayo 178
Anexo 7: Rúbrica de Taller/Investigación 179

I. DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA

Información General

1.1.	Asignatura	Matemática Financiera					
1.2.	Carrera	Contabilidad y Administración Tributaria					
1.3.	Código de asignatura	CAT1111					
1.4.	Créditos	2,1					
1.5.	Nivel	Primero					
1.6.	Detalle de horas	ACD	60	AA	24	APE	18

Requisitos

Prerrequisitos		Correquisitos	
Asignatura	Código	Asignatura	Código
N/A	N/A	Administración Financiera	CAT2229

Descripción de la asignatura

Las matemáticas financieras tienen una conexión obvia con la contabilidad, esta asignatura en sí, es de vital importancia porque aporta a la contabilidad el concepto del valor del dinero en el tiempo y, por qué el dinero genera un valor futuro pese a no pasar por un proceso productivo, además, su utilidad radica en la información económica que genera en mediciones muy usadas por las instituciones financieras como los intereses, las anualidades y las amortizaciones para una correcta planificación y toma de decisiones financieras.

El tiempo en sí es un factor relevante en la valoración que se le da al dinero, dado que permite proyectar la valoración futura y presente de haber adquirido alguna deuda o haber realizado alguna inversión.

Objetivos de la asignatura:

Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida y clara de las matemáticas financieras y las herramientas que se usan que les permita identificar, analizar e interpretar

el valor del dinero y el costo de obtener financiamiento para así, tomar decisiones financieras en base a la información obtenida.

Introducción de la Asignatura

El dinero es una herramienta fundamental en la vida de las personas, su uso es prácticamente permanente; el poder adquisitivo es un indicador clave en el desarrollo de las personas; dado que, este se enfoca en todo aquello que las personas pueden adquirir en base al dinero que poseen, por lo que buscan usarlo de forma óptima y eficiente a fin de poder satisfacer sus necesidades. Hay que tomar en cuenta que las necesidades de las personas son ilimitadas mientras que los recursos son limitados, lo cual representa la gran disyuntiva de la economía.

Todo tipo de transacción o de relación de intercambio se realiza, por lo general, a través de un intercambio monetario y del uso del dinero, por lo que, saber manejarlo es de vital importancia para aprovechar al máximo su utilidad, para poder lograr esto, es importante tener en cuenta que el dinero está en constante variación, por lo que, a través del tiempo puede ganar o perder valor, a través de herramientas económicas como la inflación, la devaluación o la revaluación (estas dos últimas están en relación a la política monetaria del país en caso de que cuente con moneda nacional); sin embargo, el estudio de la política monetaria no es parte de esta materia, pero sí lo es el estudio cuantificable y analítico de las transacciones y operaciones financieras, esto incluye el valor del dinero en el tiempo, el cálculo de intereses, las equivalencias, las necesidades de financiamiento y las inversiones, para que esta información sea usada para una correcta y efectiva toma de decisiones financieras.

I. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 1

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Fundamento de las Matemáticas Financieras y el Interés Simple					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Fundamentos de las Matemáticas Financieras					
1.4.	Tema 2 – Unidad	El Interés Simple					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Profesional					
1.6.	Unidad	1					
1.7.	Total, Horas Unidad	25,5					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	6	APE	4,5

Resultado de Aprendizaje

Explicar la aplicación y los conceptos de las matemáticas financieras y del interés simple. Los estudiantes serán capaces de entender la concepción de las matemáticas financiera y cómo influye en la toma de decisiones financieras.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 1: Fundamentos de la Matemática Financiera y el Interés Simple

Tema 1: Fundamentos de la Matemática Financiera

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida y clara de las matemáticas financieras y las herramientas que se usan que les permita identificar, analizar e interpretar el valor del dinero y el costo de obtener financiamiento para así, tomar decisiones financieras en base a la información obtenida.

- Importancia y definiciones de las Matemáticas Financieras
- El valor del dinero en el tiempo y el interés
- Toma de decisiones en base al interés
- Régimen de capitalización
- Diagrama de flujo de caja

Las matemáticas financieras son una rama de las matemáticas aplicadas que se centra en el estudio del dinero y su valor con el paso del tiempo, tomando en cuentas distintas variables como: el capital, el valor futuro, la tasa de interés, el tiempo y el rendimiento generado; con el fin de evaluar el rendimiento que genera una inversión o el interés generado por acceder a fuentes de financiamiento (Junghenn, 2019, pág. 1)

Las matemáticas financieras son extremadamente importantes para el mundo de los negocios y las finanzas, ya que se centra en utilizar los conceptos y cálculos de las matemáticas para plantear, modelizar y resolver problemas financieros; desempeñando un papel fundamental en el análisis de los saldos contables, de las inversiones y de las necesidades de financiamiento.

1.1.1. Importancia y definiciones de las matemáticas financieras

Las matemáticas financieras son esenciales para una correcta toma de decisiones. Los personas jurídicas y no jurídicas siempre se enfrentan a distintas disyuntivas y deben elegir entre estas la mejor decisión, para lograr aquello es necesario contar con información que respalde y avale la decisión tomada, en el caso de las finanzas, para tomar una decisión de tipo financiero es necesario que, a través de las matemáticas financieras, se conozca información acerca de los recursos con los que cuenta la empresa, el flujo de efectivo que esta tiene, las rentabilidad de las inversiones y lo proyectos, el costo de acceder a fuentes de financiamiento externas, etc.

Para tomar las mejores decisiones en operaciones de contexto financiero, económico y/o cotidiano, hay que tomar en cuenta los siguientes conceptos.

1) El dinero y las finanzas: Según Irena Asmundson y Ceyda Oner, el dinero es “aquel activo, bien monetario con el cual no solo sirve como respaldo sino que también se puede usar para realizar intercambios comerciales a través de medios de pagos, transacciones o transferencias; en conclusión este se puede usar como una reserva de valor, unidad de cuenta o como medio de pago” (2012).

El dinero puede ser visto o usado de tres formas; la primera, es una unidad de cuenta, esto quiere decir que el dinero es usado como un estandarte para valorar los bienes y/o servicios que se producen en la economía; el segundo uso que se le puede dar es como medio de pago, en este punto el dinero sirve medio de pago ya sea en efectivo, por transacciones o por transferencia, para realizar intercambios comerciales a fin de satisfacer una determinada necesidad; y, el otro uso que se le da al dinero es como reserva de valor, esto indica que el dinero puede ser ahorrado a fin de usar su liquidez y consumir con el paso del tiempo.

Las finanzas, por otro lado, no es más que la rama de la economía que estudia al mercado del dinero y, a las disyuntivas a las que se enfrentan los agentes de la economía a fin de tomar la mejor decisión posible de inversión, ahorro, endeudamiento, gastos e ingresos y en la obtención de nuevos recursos.

2) Necesidad de financiamiento: una necesidad de financiamiento surge cuando se tiene en mente algún proyecto o inversión, pero no se cuenta con el capital necesario para llevarlo a cabo, asimismo, otra necesidad de financiamiento también surge cuando se requiere de capital para responder a otras obligaciones asumidas; el financiamiento no es más que acceder a dinero o crédito que proviene de terceros para llevar a cabo distintos proyectos o para responder a determinadas obligaciones (Chagerben, Yagual, & Jorge, 2017).

Los estudiantes deben tener en cuenta que la mayor traba presente para llevar a cabo proyectos o emprendimientos, es precisamente el poco capital con el que se cuenta, ya que los ahorros no necesariamente pueden cubrir la totalidad o la mayor parte de las inversiones requeridas y, para poner en marcha dichos proyectos, es necesario acceder a fuentes de financiamiento con externos, entre las formas más comunes de acceder a recursos externos es través de préstamos o créditos y, para tomar la mejor decisión de cuál obligación asumir hay que tomar en cuenta el costo de capital que esta genere.

3) Inversiones: Es la salida de flujo financiero de la empresa con el fin de obtener un activo, realizar un proyecto o poner en marcha un negocio que, con el paso del tiempo, genere buenos rendimientos financieros y, por tanto, produzca ganancias. Entre los objetivos que tiene realizar una inversión, está la de aumentar el nivel de ingresos y de capital, ahorro, etc. La inversión es una herramienta fundamental de la gestión empresarial y personal, puesto que, se busca obtener beneficios para lo cual es necesario tener en cuenta los posibles riesgos de realizar tal inversión. (Graham & Jason, 2007).

La inversión es un “gasto” que se realiza con el fin de obtener un beneficio futuro, para evaluar si la inversión es fiable o no; lo primero que se debe analizar es el riesgo que existe de asumir tal inversión, es importante aclarar que mientras mayor sea el riesgo mayor será la rentabilidad, estos riesgos van de la mano con la economía nacional, las tasas de interés, shocks externos, etc.

El riesgo no es más que la probabilidad de que un evento negativo ocurra, esta probabilidad se basa en la ocurrencia de que la inversión genere pérdidas provocadas por una deficiente toma de decisión en base a información incompleta o errónea; por lo general, los riesgos que se asumen son los siguientes: riesgo de liquidez, riesgo crediticio y riesgo de mercado.

Lo segundo es conocer la realidad financiera personal o de la compañía, que ayude a planificar y presupuestar, de esta forma podemos destinar recursos propios a la materialización de dicha inversión y, en caso de que no se puedan cubrir, buscar fuentes de financiamiento externos; y, otra acción a realizar es evaluar la rentabilidad de la inversión, a través de la tasa interna de retorno, hay que tomar en cuenta que toda inversión genera flujos, los cuales se analizan en base a su valor presente.

4) Ganancias: Las ganancias representan el beneficio obtenido al realizar una actividad económica, no es más que la diferencia entre los ingresos obtenidos por vender un producto y los costos asumidos por la empresa para producir o generar dicho producto. Estas ganancias permiten realizar nuevas inversiones para expandir la capacidad productiva de la sociedad y, por tanto, poder captar un mayor mercado, a través de la aplicación de nuevas tecnologías que permitan abaratar los costes y mejorar la competitividad de la empresa.

1.1.2. El valor del dinero en el tiempo y el interés

El valor del dinero en el tiempo hace alusión a dos principios esenciales, los cuales son el valor presente y el valor futuro, lo que indica este precepto es que con el paso del tiempo el valor del dinero va cambiando pese a no pasar por un proceso productivo, esto se debe a que, adquirir o dar dinero genera un coste o rendimiento respectivamente, estos están definidos a través del interés. En otras palabras, el interés es el valor que se adiciona al dinero cuando transcurre el tiempo; para analizar el valor del dinero en el tiempo es necesario conocer el contexto económico nacional. (Hofstrand, 2023)

Es decir, el dinero es una unidad monetaria, como ya se ha dicho anteriormente, sin embargo, con el paso del tiempo el dinero va generando valor, para que los estudiantes entiendan aquello se presentará el siguiente ejemplo: una pareja no tiene un lugar fijo donde quedarse, por lo cual deciden arrendar una habitación, esta habitación tiene un costo el cual se le llama alquiler; de la misma forma funciona el dinero, si una persona no cuenta con dinero, accede a él a través de fuentes de financiamiento que pueden materializarse a través de préstamos, este préstamo tiene distintos valores, el valor presente (cantidad desembolsada) y el valor futuro (cantidad a desembolsar), la diferencia entre el valor futuro y el valor presente da como resultado el interés, ese interés es el que valor adicional que va generando el dinero.

No obstante, cabe destacar que, para analizar el valor del dinero hay que tomar en cuenta el contexto económico del país; en modo de resumen, los países cuentan con políticas monetarias, estas políticas monetarias están en base al tipo de cambio de la moneda oficial del país, recuerden que el valor de la moneda está respaldada en base a una o varias divisas (moneda extranjera que, por lo general, es el dólar), estos tipos de cambio pueden ser fijos o flexibles; un tipo de cambio fijo hace referencia a una proporción de cambio fija entre la moneda y la divisa de respaldo; por otro lado, un tipo de cambio flotante se refiere a una moneda que está en constante cambio, la oferta y la demanda monetaria la hacen variar ya sea por aumentos en el nivel de producción (PIB), inflación, etc.

Dependiendo de la política monetaria, el país puede hacer devaluar o revaluar el valor de su moneda, una devaluación se refiera a una pérdida en del valor de la moneda con respecto a la divisa de respaldo, mientras que, una revaluación indica un aumento en el valor de la moneda respecto a la divisa de respaldo; para que se entienda un poco una devaluación o una revaluación está en relación con la cantidad de dinero con los que cuente la economía

nacional (masa monetaria), si hay mucho dinero que no necesariamente representa el nivel productivo del país entonces la moneda se devalúa; caso contrario, se revalúa.

Otro factor relevante a tomar en cuenta, del valor del dinero, es el nivel de inflación y de deflación. La inflación se refiere a una subida de los precios de los bienes y servicios en la economía, esta inflación se representa como una pérdida en el poder adquisitivo (pérdida del valor del dinero) para que los individuos puedan adquirir tales productos; por otro lado, la deflación es una baja generalizada en los precios, que muchas veces va de la mano con una disminución en la cantidad de dinero que circula en la economía. Vale destacar que, aunque parezca tentador que los precios de los bienes y servicios bajen, eso no necesariamente es recomendable, puesto que, aquello también generaría que los ingresos de los agentes económicos también disminuyan.

Para que los estudiantes tengan en cuenta el contexto monetario nacional, es necesario indicar que, desde el año 2000 el Ecuador pasó por un proceso de dolarización, convirtiendo al dólar como su moneda oficial, lo cual muestra un sistema monetario de tipo de cambio fijo extremo, el país renunció a su moneda nacional y la reemplazó por una divisa (el dólar). Contar con un tipo de cambio fijo extremo, hace que el país, en teoría, tenga un nivel de inflación muy bajo puesto que el país no tiene libertad en el manejo monetario, sin embargo, esto también significa que el país no pueda ejercer herramientas y políticas monetarias que le permitan tener una mejor competitividad con el resto de países de la región.

1.1.3. Toma de decisiones en base al interés

Antes de explicarles la toma de decisiones en base al interés, se les va a definir dos conceptos importantes para referenciar y resolver las disyuntivas que implican al interés.

Como se ha visto anteriormente el interés es aquel valor adicional que gana el dinero con el paso del tiempo, sin embargo, es importante resaltar la diferencia entre el interés como rendimiento y el interés como costo de capital al momento de tomar decisiones.

El interés como rendimiento, de acuerdo con Knut Sydsaeter y Peter Hammond, en su libro Matemáticas para el Análisis Económico, hace referencia a este como “el beneficio que se espera obtener por poner el dinero o el capital en una inversión, esta puede ser puesta en una póliza, en acciones, en bonos, etc.” (2011).

El interés como rendimiento hace referencia al valor que se va a ganar por invertir el dinero en una cuenta bancaria, en adquirir activos o bonos. La disyuntiva planteada en este

escenario se resume en si decido tener el dinero en su forma líquida (en efectivo) o si decido, por ejemplo, poner el dinero en una póliza, con el fin de que vaya generando rendimientos financieros.

Para que se entienda aquello, supongamos que cuento con una determinada cantidad de dinero, pero quiero evaluar si mantener liquidez para realizar transacciones comerciales o si, la meto a una póliza con el fin de obtener ganancias futuras (tomando en cuenta de que con aquello pierdo liquidez, es decir, pierdo la inmediatez de realizar transacciones comerciales puesto que no puedo disponer de dicho dinero).

Para responder a la disyuntiva lo primero que hay que evaluar son las necesidades inmediatas para adquirir bienes o servicios, dependiendo de aquello decido la cantidad líquida de dinero estrictamente necesaria que debo mantener; lo segundo es, evaluar la tasa de interés (recuerda que la tasa de interés en este caso se compara con la tasa de interés internacional), en este sentido si la tasa de interés es más alta significa que se va a obtener mayores rendimientos al poner el dinero en una póliza; sin embargo, si la tasa de interés es más baja se pierden incentivos de poner el dinero en una póliza bancaria, sino que se recurre a ahorrar, este ahorro se puede realizar a través de una cuenta bancaria o sin la necesidad de recurrir a un banco.

Esta toma de decisión depende irrestrictamente del costo de oportunidad, el agente en cuestión debe evaluar qué vale más, si tener el dinero en líquido en este momento o renunciar a él inmediatamente para adquirir beneficios futuros. Recuerden que, esta decisión también depende de las expectativas económicas y de la solvencia de las instituciones financieras.

El interés como costo de capital, de acuerdo con Jitse Niesen en su libro, Financial Mathematics I, se refiere a este como “el costo de acceder a financiamiento, en sí, cuando se requiere financiamiento y, por tanto, se busca que externos presten dichos recursos, estos recursos tienen un costo, ese costo es la diferencia entre el valor futuro a pagar y el valor actual que se recibió, a dicho resultado se le denomina interés” (2012).

El interés como costo hace alusión al costo que se asume por acceder a una fuente de financiamiento, recuerden, cuando no se cuenta con el capital necesario para hacer frente a las obligaciones empresariales, o para poner en marcha proyectos de inversión o de adquisición de activos, se recurren a fuentes externas de financiamiento. El costo de adquirir dinero es precisamente el interés.

Para comprender aquello supongamos que contamos con una idea de negocio familiar, y se quiere establecer una sociedad, se cuenta con un capital propio de, por ejemplo $25.000; sin embargo, para poner en operación a la empresa hay que realizar una inversión de $50.000, al contar con un capital propio de $25.000, significa que los restantes $25.000 se deben adquirir por fuentes de financiamiento externas, adquirir dicho financiamiento genera un rendimiento para la institución que me preste el dinero no para mí, yo por el contrario, debo pagarle adicionalmente por prestarme dicho dinero, al pago adicional que se realiza de dicha obligación financiera es el interés generado por el préstamo.

La disyuntiva se plantea de la siguiente manera ¿estoy en la capacidad de asumir o no dicha obligación financiera? Para responder a dicha disyuntiva hay que evaluar la tasa de interés, aquí la relación es distinta a la que se hacía cuando el interés generaba beneficios futuros; es decir, si la tasa de interés es más alta el costo de asumir la obligación es también alto, por lo que, existen menos incentivos para acceder a dicho financiamiento; sin embargo, si la tasa de interés es baja significa que el costo de asumir la obligación también es baja, esto hace que sea más atractivo adquirir financiamiento externo puesto que, el pago a realizar puede ser manejable.

Para tomar una correcta toma de decisiones en base a la tasa de interés y de asumir o no una deuda financiera, se debe evaluar la capacidad de pago con la que se cuenta y las proyecciones futuras que respalden que el pago se pueda realizar; asimismo, se debe evaluar la información que recepten los medios oficiales; en este sentido, el banco central tiene cierto poder en la política monetaria en base a la tasa de interés y pone techos a las mismas según el segmento que desea adquirir el crédito.

1.1.4. Régimen de capitalización

El régimen de capitalización no es más que la forma en la que al capital inicial se le van agregando los intereses, los cuales se fueron generando por asumir una obligación financiera (deuda); es decir, es el método a través del cual se van agregando los intereses al capital inicial y cómo este va afectando al valor futuro que genere (Rubio, 2018).

Entre los tipos de regímenes de capitalización se encuentran los no acumulativos y los acumulativos.

El régimen de capitalización no acumulativo es aquel donde el valor del dinero que se va generando se encuentra en base a un capital inicial y no se van reinvirtiendo. Lo que quiere decir esto es que, el valor del dinero en un régimen de capitalización no acumulativo, es

constante con el paso del tiempo. Gráficamente, el régimen de capitalización no acumulativo responde a una línea recta, para poder ilustrar de mejor manera, a continuación, se mostrará la gráfica correspondiente:

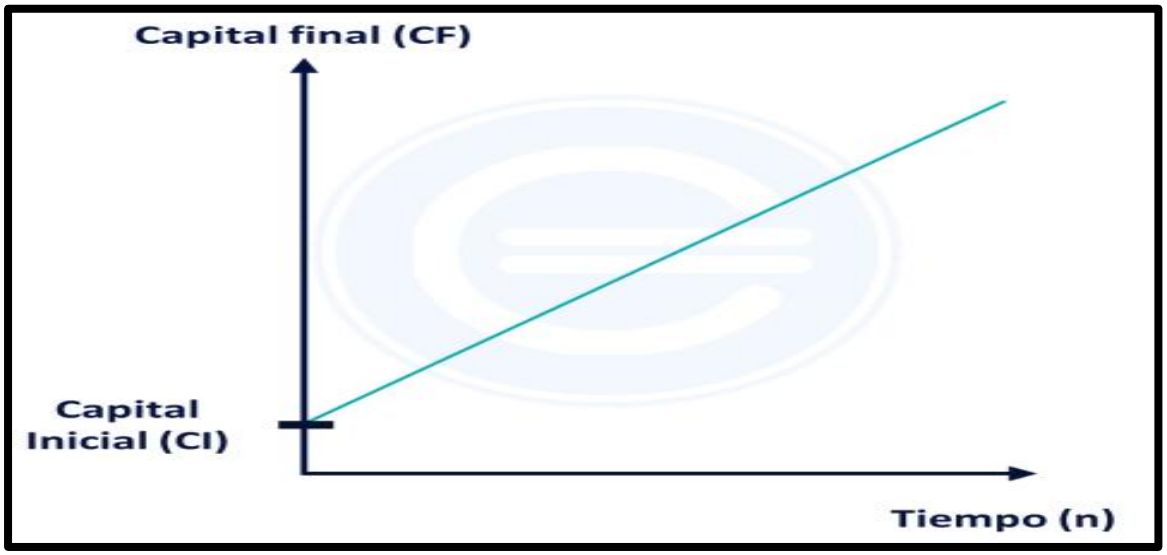


Figura 1. Régimen de capitalización no acumulativa. Tomado de (López Abellán, 2019)

La figura anterior ilustra una gráfica correspondiente a un régimen de capitalización no acumulativo, como se puede observar la gráfica responde a una línea recta con pendiente positiva, la pendiente de la recta en un régimen de capitalización es constante a medida que se mueve en el tiempo y está definido por el interés que se genera al asumir una obligación o por generar rendimientos futuros.

Además, se trata de una pendiente positiva porque a medida que va aumentando el tiempo se va generando un mayor interés y, por tanto, va aumentando el valor futuro o monto final.

Por otro lado, el régimen de capitalización acumulativo hace referencia a aquel valor del dinero que se va acumulando con el paso del tiempo; es decir, a medida que pasa el tiempo los intereses generados en cada periodo se calculan en base al capital inicial y a los intereses que se sumaron a dicho capital; esto significa que, a medida que el tiempo va pasando, el valor del dinero aumento dado que los intereses se reinvierten al capital inicial. Gráficamente, el régimen de capitalización acumulativo responde a una línea exponencial, para poder ilustrar de mejor manera, a continuación, se mostrará la gráfica correspondiente:

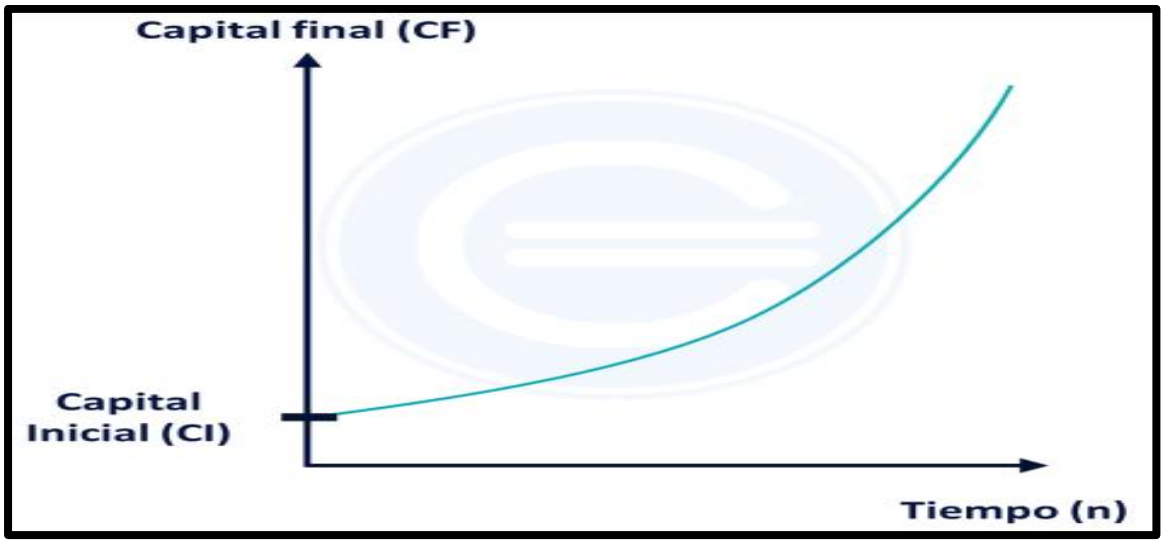


Figura 2. *Régimen de capitalización acumulativa. Tomado de* (López Abellán, Economipedia, 2017)

La figura 2 ilustra una gráfica correspondiente a un régimen de capitalización acumulativo, como se puede observar la gráfica responde a una línea exponencial con pendiente positiva, la pendiente de la recta en un régimen de capitalización va incrementando a medida que se mueve en el tiempo y está definido por el interés que se genera al asumir una obligación o por generar rendimientos futuros.

Se trata de una pendiente positiva porque a medida que va aumentando el tiempo se va generando un mayor interés y, por tanto, va aumentando el valor futuro o monto final. Y crece de forma más rápida debido a que los intereses se van acumulando al capital inicial y, en base a eso, se calcula el interés.

1.1.5. Diagrama de flujo de caja

El diagrama de flujo de caja es una forma gráfica de representar las entradas y salidas de efectivos que se presentan en el desarrollo de actividades financieras de una empresa, tanto en proyectos de inversión, como en obligaciones adquiridas. Esta herramienta gráfica ayuda a comprender y analizar la situación en términos financieros y de liquidez de la empresa, a fin de, en base a aquella información obtenida tomar la mejor decisión (Capiński & Zastawniak, 2003)

A continuación, se mostrará una gráfica de un diagrama de flujo de caja para comprender el tema de mejor manera.

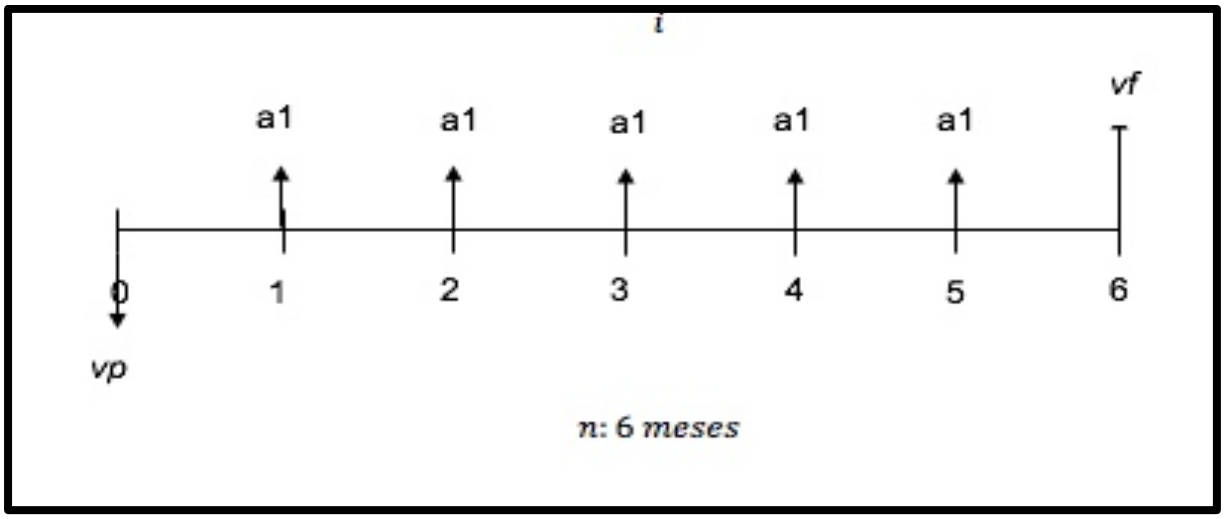


Figura 3. *Diagrama de flujo de caja. Tomado de* (Actualícese, 2018)

La figura 3 nos permite observar gráficamente cómo se visualiza un diagrama de flujo de caja, como ya se dijo anteriormente, esta herramienta permite la salida y entrada de dinero a medida que va pasando el tiempo. La diferencia entre las entradas y salidas de efectivos se denomina flujo neto de caja, en el caso de que este sea positivo significa que mayor ha sido la entrada de dinero que la salida del mismo, de igual forma, si este flujo neto es negativo significa que mayor ha sido la salida de efectivo que la entrada del mismo.

Existen distintos tipos o distintas formas de realizar un flujo de caja, una de ellas es el flujo de caja de financiamiento (se trata de la entrada o salida del dinero fruto de actividades de financiamiento, que involucra al capital de la empresa y al financiamiento del negocio), el flujo de caja operativo (responde a aquella entrada y salida de efectivo correspondiente a las operaciones de la empresa) y el flujo de caja de inversión (referencia al dinero que se ha destinado a un gasto del cual se espera tener un beneficio futuro, la adquisición de un activo fijo corresponde a una inversión).

El diagrama de flujo de caja presenta las siguientes características:

- El diagrama de flujo de caja muestra el momento inicial y final de la operación específica a evaluar transcurrido n periodos de tiempos.
- Se representan las entradas (ventas, préstamos, inversiones, etc.) y salidas (costos operativos, pago de salarios, pago de deudas, adquisición de activos, etc.) de efectivo fruto de la actividad específica a evaluar.
- El diagrama de flujo de caja también ilustra el saldo inicial con el que inició la operación y el saldo final con el cual terminó, a fin de evaluar si se trata de un flujo neto de caja positivo o negativo.

- El diagrama de flujo de caja muestra el tiempo en el cual la actividad específica se va desarrollando, para visualizar cómo se va distribuyendo las entradas y salidas de efectivo con el paso del tiempo.
- El diagrama de flujo de caja también indica la dirección del flujo de caja según la dirección de las flechas, si la flecha se encuentra para arriba significa una entrada de efectivo, pero si la flecha se encuentra para abajo significa una salida de efectivo.
- Con frecuencia también se suele añadir el total de entrada, de salida y del saldo del flujo de efectivo.

El diagrama de flujo de caja es esencial para la proyección financiera, la planificación, la gestión de liquidez y la evaluación de la salud financiera de la empresa, puesto que proporciona una visualización clara de la entrada y salida de efectivo de una empresa conforme el tiempo va pasando, lo que permite una estratégica toma de decisiones en base a una buena gestión de las obligaciones y en planificar inversiones que generen mejores rendimientos.

Para finalizar el tema estimados estudiantes, se explicará donde se puede aplicar prácticamente lo que se aprende en las matemáticas financieras. Las matemáticas financieras permiten planificar, esta planificación nos da una información proyectada de cuánto se debe pagar o cuánto se debe ahorrar, para tener una vida financiera sana. Las matemáticas financieras también son aplicables para calcular el pago de una hipoteca y tomar decisiones informadas en base al interés, de esta forma, en el momento que necesitamos de un financiamiento, sabemos que acceder a éste tiene un costo y la capacidad de asumir dicha obligación depende de qué tan alto es dicho interés. Las matemáticas financieras son aplicables a la optimización de los proyectos de inversión y para lograr objetivos financieros a largo plazo, esto nos permite evaluar la rentabilidad y el retorno que tiene ejecutar una inversión.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla 1

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: El valor del dinero en el tiempo.

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención acerca del dinero, la importancia del valor del dinero y toma de decisiones en base al interés. Además, conteste a la siguiente pregunta:

- ✓ ¿Cómo podrían afectar las políticas públicas a la toma de decisiones financieras?

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA INVESTIGATIVA

Ensayo: El valor del dinero en el tiempo.

El valor del dinero en el tiempo" y sus usos en las finanzas. Esto implica analizar la relevancia y la razón del porqué el dinero cambia con el paso del tiempo, cuáles son esos factores que influyen a que un bien que no pasa por ningún proceso de producción y, sea materialmente el mismo, tenga un valor distinto a medida que pasa el tiempo. Además, en base a la información obtenida con respecto al valor del dinero, el estudiante podrá tener más claridad en la respuesta de la siguiente pregunta:

¿Cómo ayuda conocer el valor del dinero en el tiempo en la toma de decisiones financieras?

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.
4. Realiza el Test de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.
- Revisa que tu conexión a internet sea estable.
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

Tema 2: Interés Simple

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida y clara del dinero y las herramientas que se usan que les permita identificar, analizar e interpretar el valor del dinero y el costo de obtener financiamiento para así, tomar decisiones financieras en base a la información obtenida.

- Concepto y cálculo del interés simple
- Clases de interés simple
- Desventajas del interés simple
- Monto futuro y valor presente
- Descuento
- Ecuaciones de valor
- Gráfica del interés simple

1.2.1. Concepto y cálculo del Interés Simple

De acuerdo con Ross, Westerfield y Jordan, en su libro Fundamentos de Finanzas Corporativas, se estipula que: “el interés simple hace referencia a que los rendimientos que genere un capital se calculan en base al capital original prestado o invertido” (2010).

Se conoce que el dinero genera valor a través del tiempo, este valor hace referencia al cálculo del interés, el interés puede ser pagado o cobrado dependiendo de si se trate de una inversión o si se trate de un acceso a financiamiento.

Recuerden que la relación entre el interés y la decisión que se tome, dependerá de la perspectiva de la misma, si se trata de una inversión, entonces mientras mayor sea el interés significa que mayores rendimientos genere y, por tanto, mayores incentivos hay para decidir ejecutar la inversión; por otro lado, si se trata de un préstamo, entonces mientras mayor sea el interés, mayor será el costo del financiamiento, por lo que, menos estímulos hay para asumir la obligación financiera.

Por lo general el interés simple es poco usado, debido a que el cálculo de los intereses permanece constante en tiempo, dado que se trata de un interés no acumulativo, esto hace que con el paso del tiempo se pierda poder adquisitivo, es decir, el valor que se genere no será representativo del capital inicial.

El interés que se genere dependerá de ciertas variables, la primera de ellas es el capital inicial que se invertirá o que se prestará, la tasa de interés mediante la cual se va

generando el rendimiento y el periodo de tiempo que se estipule la duración del préstamo o de la inversión. Lo cual se puede visualizar mejor a través de la siguiente fórmula:

$$I = C_o * i * t$$

Donde:

- I = Hace referencia al interés que genera la inversión o la obligación asumida.
- Co = Hace referencia al capital inicial que se va a prestar o que se va a invertir.
- i = Hace referencia a la tasa de interés mediante la cual se va generando el valor adicional.
- t = Hace referencia al tiempo de duración de la inversión o de la obligación.

Es importante señalar que, la tasa de interés debe estar en proporciones (de 0 a 1) y no en tanto por ciento (%); además, el tiempo y la tasa de interés deben estar en igual unidad de medida, esto quiere decir que, si el interés se genera anualmente entonces el periodo de tiempo debe estar expresado en años, en caso de existir diferencia entre estos, entonces se debe transforma una de ellos para que queden en igualdad de medida.

Para que se entienda el cálculo del interés simple se mostrará el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1.2.1.

- Un individuo accede a una fuente de financiamiento externa de $150.000 a una tasa de interés anual del 13% durante un periodo de 36 meses ¿Cuál es el interés que se ha generado?

Lo primero a realizar es identificar las variables y cuál es la incógnita a buscar, en el caso del ejemplo se puede observar que, lo que se busca es conocer cuál es el valor del interés que se ha generado conociendo que el financiamiento al que se accedió fue de $150.000, el costo de dicho financiamiento es del 13% anual y el periodo de duración del préstamo es de 36 meses.

La tasa de interés se encuentra en porcentaje, para poder realizar el cálculo del interés hay que transformarlo en proporciones, de tal forma que, si la tasa de interés es del 13%, entonces en proporción significa que es del 0.13, esto se obtiene dividiendo la tasa del interés en porcentaje sobre 100.

Una vez identificado aquello, se procede a dejar en igualdad de medida tanto la tasa de interés como el periodo de tiempo, el enunciado del ejemplo muestra que la tasa de interés

se genera anualmente, mientras que el periodo se encuentra expresado en meses, para lograr una correcta transformación hay que tener en cuenta las siguientes unidades de medida:

Periodo	Número de meses	Transformado en años
Anual	12 meses	12/12 = 1
Semestral	6 meses	12/6 = 2 Hay dos semestres en un año.
Quimestral	5 meses	12/5 = 2.4 Hay dos puntos cuatro quimestres en el año.
Cuatrimestral	4 meses	12/4 = 3 Hay tres cuatrimestres en el año.
Trimestral	3 meses	12/3 = 4 Hay cuatro trimestres en el año.
Bimestral	2 meses	12/2 = 6 Hay seis bimestres en el año.
Mensual	1 mes	Hay doce meses en un año.

Una vez explicado lo anterior se procederá a realizar la transformación pertinente en años:

$$t = 36\ meses \rightarrow \frac{1\ año}{12\ meses} \rightarrow t = 36\ meses * \frac{1\ año}{12\ meses} \rightarrow t = 3\ años$$

Una vez identificadas las variables del problema, dejar la tasa de interés en términos proporcionales y que las unidades de medida sean las misma tanto para el interés como para el tiempo, entonces ya se puede proceder a resolver el enunciado.

Donde:

- ¿I =?
- Co = $150.000
- i = 13% anual = 0.13
- t = 3 años

$$I = C_o * i * t \rightarrow I = 150.000 * 0.13 * 3 \rightarrow I = 58.500$$

Una vez obtenido el resultado se puede concluir que: El interés simple generado por acceder a financiamiento de $150.000 con una tasa de interés anual del 13% durante un periodo de 3 años, es de $58.500, esto quiere decir que cada año se pagó por concepto de interés simple un valor de $19.500 ($58.500/3), este interés al no ser acumulativo indica que cada año se pagó la misma cantidad de intereses, dado que, esta se obtuvo en base únicamente al capital inicial presentado en el ejemplo.

1.2.2. Clases de Interés Simple

El rendimiento (interés) que va generando un capital, ya sea por concepto de inversión o por concepto de financiación, puede variar de acuerdo al criterio aplicado para evaluar el interés, esta dependerá de si se trata de una operación bancaria, una operación comercial, etc. Lo importante es conocer que, en sí, las clases de interés simple está dado según el criterio de días con el que designe tiene los meses y el año, en base a aquello surgen algunas clases; primero, el interés ordinario con tiempo exacto; el interés ordinario con tiempo aproximado; el interés exacto con tiempo exacto; y, el interés exacto con tiempo aproximado (Ramírez Molinares, Garcia Barboza, Pantoja Algarin, & Zambrano Meza, 2009).

Se suele llamar como ordinario cuando el tiempo del año en días corresponde a los 360, y los días de los meses por defecto tienen 30; cuando se refiere a términos exactos es cuando se toma los días según lo indica el calendario oficial, donde el año normal tiene 365 días, mientras que el año bisiesto tiene 366 días, asimismo, los días de los meses se ubican según lo muestra el calendario real.

En base a eso se obtiene las clases de interés simple, que se obtienen según el criterio utilizado para saber cómo se genera el interés, los cuales se explicarán a continuación:

- ***Interés ordinario con tiempo exacto:*** también conocido como interés bancario, es el interés más utilizado precisamente porque es el más costoso, este se calcula teniendo como referencia que, al tratarse de tiempo exacto significa que usa los días

que realmente hay en el calendario, mientras que, se refiere a interés ordinario porque utiliza como base que en el año hay 360 día (30 días tiene cada mes).

- ***Interés ordinario con tiempo aproximado:*** se lo conoce también como interés comercial, usado comúnmente, sobre todo, para facilitar el cálculo del interés, para este caso, el interés se genera tomando en cuenta los que un año tiene 360 días y que un mes tiene 30 días.
- ***Interés exacto con tiempo exacto:*** conocido también como interés exacto o real, tal como lo dice su nombre, este criterio de interés se obtiene tomando en cuenta los días reales que tiene un año y un mes según el calendario oficial.
- ***Interés exacto con tiempo aproximado:*** este criterio de interés existe teóricamente, en la práctica no se usa porque es el menor rendimiento genera, se debe principalmente porque toma que el año tiene 360 días y el mes tiene los días según lo estipula el calendario oficial. ¿Por qué es el que menos rendimiento genera? porque toma como referencia la ley de la división (recuerden, la transformación está en base a los siguientes días del mes/días del año), si el denominador aumenta, pero no el numerador, esto hace que el resultado que se obtenga sea el menor.

Para que entiendan las clases de intereses se aplicará el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1.2.2.

- Un individuo accede a financiamiento externo por un capital inicial de $250000 para el mes de enero, se cobra una tasa de interés simple anual del 15%. ¿Cuál es el valor del interés según cada clase de interés?

Solución Ejemplo 1.2.2.

- Interés ordinario con tiempo exacto – interés bancario:

$$I = C_o * i * t \rightarrow I = 250.000 * 0.15 * \frac{31}{360} \rightarrow I = 3.229{,}167$$

- Interés ordinario con tiempo aproximado – interés comercial:

$$I = C_o * i * t \rightarrow I = 250.000 * 0.15 * \frac{30}{360} \rightarrow I = 3.125$$

- Interés exacto con tiempo exacto – interés real o exacto:

$$I = C_o * i * t \rightarrow I = 250.000 * 0.15 * \frac{31}{365} \rightarrow I = 3.184.93$$

- Interés exacto con tiempo aproximado – interés teórico:

$$I = C_o * i * t \rightarrow I = 250.000 * 0.15 * \frac{30}{365} \rightarrow I = 3.082{,}19$$

Tal como se puede observar en los resultados obtenidos por cada clase de interés simple, el que genera un mayor rendimiento es el interés ordinario con tiempo exacto, mientras que el que genera menor rendimiento es el interés exacto con tiempo aproximado.

1.2.3. Desventajas del Interés Simple

El interés simple es útil para cálculos de préstamos o inversiones que se realizan a corto plazo, es decir, a un periodo no mayor a un año; dado que, sus limitaciones son claras cuando se quiere evaluar el rendimiento de inversiones o de préstamos a largo plazo, debido a que el valor generado por el dinero con el paso del tiempo, en este caso, es lineal cuya inclinación depende del interés (Hull, 2017).

El hecho de que el interés se calcule de forma no acumulativa, hace que este genere desventajas sobre su uso y aplicación, uno de estos es precisamente que sea poco usual dentro del ámbito formal, por lo general su aplicación resulta aplicable a corto plazo.

También se resalta que, al ser no acumulativo, es decir, que no capitaliza intereses o que los intereses de los periodos anteriores no se reinvierten al capital hace que, el valor generado por el interés simple pierda poder adquisitivo.

De igual forma, otra de las desventajas es que no considera con mayor relevancia el valor del dinero en el tiempo, esto hace que, el monto final no sea representativo del capital inicial. Por lo general el interés simple subestima el crecimiento real del capital con el paso del tiempo, el interés representa más o menos una equivalencia entre el capital inicial y el monto, esta equivalencia se representa como una indiferencia entre la decisión del individuo de tener el dinero ahora o tenerlo en el futuro.

1.2.4. Monto Futuro y Valor Presente

1.2.4.1. Monto futuro o valor futuro

De acuerdo con John Maynard Keynes, en su libro Teoría General del Empleo, El Interés y El Dinero, indica que “las personas se enfrentan a disyuntivas y deben tomar decisiones en

base a si prefieren el dinero en el presente o si lo prefieren en el futuro, tomando en cuenta no solo la tasa de interés actual, sino que también las expectativas futuras y el contexto económico en el cual estará involucrado el país, de tal forma que, la persona va a decidir tener el dinero en el futuro siempre y cuando esto le genere mejores rendimientos y su poder adquisitivo aumente" (1945).

El monto futuro o valor futuro hace referencia al valor del dinero una vez transcurrido el tiempo estipulado en el financiamiento o en la inversión, sometidos a tasa de interés sobre el capital inicial, por tanto, el valor futuro es el resultado de la sumatoria entre el valor presente del dinero y el interés que genere dicho dinero.

A continuación, se mostrará la fórmula para que puedan calcular el monto futuro a interés simple:

1) $Mf = C_o + I$

Se conoce que I es el interés, y la primera fórmula funciona siempre y cuando se conozca el valor del interés, sin embargo, cuando no se conoce el interés, hay dos formas de resolver el ejercicio, la primera forma es calculando primero el valor de I y luego el Mf o pueden calcular el Mf simplemente reemplazando el valor de I según la fórmula explicada en subtemas anteriores. A continuación, se mostrará dicho proceso.

2) $Mf = C_o + I \rightarrow También\ se\ conoce\ que\ I = C_o * i * t$

Por lo que, se reemplaza lo que vale I en la fórmula de Monto Futuro, quedando de la siguiente manera:

$$Mf = C_o + C_o * i * t$$

La fórmula podría estar lista, sin embargo, se puede simplificar la expresión aplicando factor común, dado que ambos términos de la función Monto Futuro tiene la variable de capital inicial, por tanto, la fórmula quedaría expresada de la siguiente manera:

$$Mf = C_o(1 + i * t)$$

Para que quede claro el uso de dicha fórmula se procederá a realizar un ejercicio para que se entienda, en este caso, se tomarán los datos del ***Ejemplo 1.2.1.*** el cual decía lo siguiente:

Ejemplo 1.2.4.1.1.

“Un individuo accede a una fuente de financiamiento externa de $150.000 a una tasa de interés anual del 13% durante un periodo de 36 meses ¿Cuál es el interés que se ha generado?” El resultado del interés en este ejemplo fue de 58.500, por lo que, aplicando la primera forma de conocer el monto futuro se obtendrá el siguiente resultado:

$$Mf = C_o + I \rightarrow Mf = 150.000 + 58.500 \rightarrow Mf = 208.500$$

De esta forma se observa que el monto futuro del acceso a un préstamo por un capital de $150.000 a una tasa de interés simple efectiva anual del 13% por 3 años, sabiendo que el interés que se generaría en dicho lapso sería de $58.500, entonces el monto futuro da como resultado un valor de $208.500 al final de dicho periodo de tiempo.

No obstante, suponiendo que no se haya calculado previamente el valor del Interés, entonces el Monto Futuro se podría calcular de la siguiente forma:

$$Mf = C_o(1 + i * t) \rightarrow Mf = 150.000(1 + 0.13 * 3) \rightarrow Mf = 150.000(1 + 0.39)$$

$$Mf = 150.000(1.39) \rightarrow Mf = 208.500$$

1.2.4.2. Capital inicial o valor presente

En el apartado anterior se mostró la fórmula para calcular el monto futuro de un capital con el paso del tiempo, en base a dicha fórmula se aplica un despeje, de tal forma que, la variable que se quiera encontrar que sola, en este caso se trata del capital inicial. A continuación, se mostrará dicho proceso y se establecerá la fórmula para calcular el capital inicial:

$$Mf = C_o(1 + i * t) \rightarrow \frac{Mf}{1 + i * t} = C_o$$

Para que quede claro el uso de dicha fórmula se procederá a realizar un ejercicio para que se entienda.

Ejemplo 1.2.4.2.1.

Suponiendo para el ejemplo de que se desconozca el valor del capital inicial y que solo se conozca que dentro de 3 años a una tasa efectiva de interés simple anual se genera un monto futuro de $208.500 ¿Cuál es el capital que generó dicho valor?

Lo primero a realizar es conocer la información que nos da el ejercicio, la cual es prácticamente parecida a los ejercicios anteriores, solo que en este caso no se conoce el capital inicial pero sí el monto futuro. Para obtener el capital inicial se aplica lo siguiente:

$$C_o = \frac{Mf}{1 + i * t} \rightarrow C_o = \frac{208.500}{1 + 0.13 * 3} \rightarrow C_o = \frac{208.500}{1 + 0.39}$$

$$C_o = \frac{208.500}{1.39} \rightarrow C_o = 150.000$$

De esta forma se observa que, aplicando la fórmula y el despeje correspondiente se obtienen los valores que se necesitan encontrar en determinados problemas.

El resultado del valor presente se interpreta de la siguiente manera: “El capital inicial que transcurrido los tres años y a una tasa de interés simple anual del 13% genera un valor futuro de $208.500, responde a un valor de 150.000.

De igual manera, aplicando los despejes correspondientes se puede calcular también el tiempo y la tasa de interés en el caso de que estas sean desconocidas y quieran ser encontradas.

Para el caso del tiempo se obtendrá lo siguiente:

$$Si\ Mf = C_o(1 + i * t) \rightarrow \frac{Mf}{C_o} = 1 + i * t \rightarrow \frac{Mf}{C_o} - 1 = i * t$$

$$t = \frac{\frac{Mf}{C_o} - 1}{i}$$

Para el caso de la tasa de interés se obtendrá lo siguiente:

$$Si\ Mf = C_o(1 + i * t) \rightarrow \frac{Mf}{C_o} = 1 + i * t \rightarrow \frac{Mf}{C_o} - 1 = i * t$$

$$i = \frac{\frac{Mf}{C_o} - 1}{t}$$

1.2.5. Descuento

De acuerdo con Irving Fisher, en su libro The Theory of Interest indica que “El descuento es una operación financiera que consiste básicamente en una reducción del valor futuro, esta

reducción se consigue a través de distintos documentos financieros, cuyo valor nominal futuro se descuentan de forma equivalente al valor de pago que se realiza en un periodo presente" (1930).

Cuando un individuo asume una obligación financiera con una institución financiera, por lo general firma un documento de valor donde se responsabiliza del pago de dicha obligación, esa obligación financiera generará un valor futuro, sin embargo, se aplica descuento cuando este valor futuro se sustituye por otro equivalente en fecha presente; es decir, al valor nominal (entiéndase como el valor futuro del capital) se le descuenta el equivalente que devengaría el documento entre la fecha en la que se paga y la fecha en la que vencía.

Los descuentos son operaciones financieras comunes en el sector bancario y, existen los siguientes tipos de descuentos en el interés simple:

- Descuento bancario o comercial
- Descuento justo o real

1.2.5.1. Descuento bancario o comercial

El descuento comercial es aquel que se calcula en base al valor nominal de la obligación financiera. Los intereses se cobran anticipadamente en lugar de cobrarlos en la fecha que finaliza la operación, estos cobros anticipados de los intereses se le denomina descuento comercial o bancario. La forma de calcularlo es la siguiente:

$$D = V_n dn$$

Donde:

- D = Son los intereses cobrados anticipadamente o el valor de descuento comercial
- Vn = Es el valor nominal del documento que es exigible en la fecha de vencimiento del mismo, como este genera se acumula a través de los intereses entonces a este valor nominal se le llama valor futuro.
- d = tasa de interés que se aplica para el descuento
- n = es el número de duración del documento financiero

En este caso el valor efectivo de la transacción aplicado el descuento no es más que la diferencia entre el valor nominal del documento y el valor de descuento, tal como se mostrará a continuación:

$$V_e = V_n - D \rightarrow V_e = V_n - V_n dn \rightarrow V_e = V_n(1 - dn)$$

Ejemplo 1.2.5.1.1.

Calcula el valor efectivo de un documento de $100.000 que es fechado el 12 de marzo del 2023, con un plazo de 120 días con una tasa de interés simple anual del 10%, que va a ser descontado el 21 de mayo al 20%.

Detalle:

- Co = $100.000
- Ve = ¿?
- Vn = ¿?
- i = 10% □ 0.10
- t = 120días □ 120/360 = 0.33 años
- d = 0.20
- n = del 12 de marzo al 21 de mayo hay 70 días, por lo que, n es los días restante para que culmine la obligación, 120-70 = 50, que expresado en años sería □ 50/360 = 0.1389 años.

Como no se conoce el valor nominal se procederá a calcularlo con la fórmula que ya hemos visto anteriormente respeto al valor futuro:

$$Mf = C_o(1 + i * t) \rightarrow Mf = 100.000\left(1 + 0.10 * \frac{120}{360}\right) \rightarrow Mf = 103.333{,}33$$

Una vez obtenido el valor futuro o valor nominal del documento, se procede a aplicar el descuento pertinente:

$$D = V_n * d * n \rightarrow D = 103.333{,}33 * 0.2 * \frac{50}{360} \rightarrow D = 2870{,}37$$

Sabiendo que el descuento a aplicar es de $2870.37, entonces se puede calcular el valor efectivo de la transacción que sería:

$$V_e = V_n - D \rightarrow V_e = 103.333{,}33 - 2870{,}37 \rightarrow V_e = 100.462{,}96$$

Cabe destacar que aquí se lo desglosó por partes, para que se entienda por separado el valor del descuento y del valor efectivo, sin embargo, el valor efectivo pudo haberse sacado directamente, así como se mostrará a continuación:

$$V_e = V_n(1 - d * n) \rightarrow V_e = 103.333{,}33\left(1 - 0.2 * \frac{50}{360}\right) \rightarrow V_e = 100.462{,}96$$

De esa forma se obtiene que el valor efectivo de descuento de una transacción cuyo valor futuro era de $103.333,33 fue de $100.462,96 con una tasa de descuento del 20% pagado 50 días antes del vencimiento de la obligación.

1.2.5.2 Descuento real o justo

Cuando se habla de descuento real o justo se refiere al descuento que se aplica sobre el valor real que se anticipa, y no sobre el valor nominal como se hacía con el descuento comercial o bancario. Este descuento se simboliza con Dr y se lo calcula a través de la siguiente fórmula:

$$Dr = Vn - V_P$$

Conociendo que: $V_p = \frac{Vn}{1+i*t}$

Entiéndase que Mf hace referencia al monto final y al valor nominal de un documento, mientras que Vp hace referencia al valor presente. Para que se entienda la aplicación de este descuento se realizará el siguiente ejemplo en donde también se lo comparará con el descuento comercial.

Ejemplo 1.2.5.2.1.

El valor nominal de un documento es de $2.000.000 si se descuenta 4 meses antes de su vencimiento a una tasa de descuento del 10%, encontrar el descuento real y el comercial:

- Descuento comercial

$$D = V_n * d * n \rightarrow D = 2.000.000 * 0.10 * \frac{4}{12} \rightarrow D = 66.666{,}67$$

Encontrado el valor de descuento, se procede a calcular el valor efectivo del descuento:

$$V_e = V_n - D \rightarrow V_e = 2.000.000 - 66.666{,}67 \rightarrow V_e = 1.933.333{,}33$$

- Descuento real o justo

Para calcular este descuento, se procede a buscar el valor que se anticipa en el tiempo presente a partir del valor nominal del documento:

$$V_p = \frac{V_n}{1 + i * t} \rightarrow V_p = \frac{2.000.000}{1 + 0.10 * \frac{4}{12}} \rightarrow V_p = 1.935.483{,}87$$

Por tanto el descuento real aplicado será el siguiente □ $Dr = 2.000.000 - 1.935.483{,}87 \rightarrow Dr = 64.516{,}13$. De esta forma se puede observar que, en el ejemplo realizado, el descuento real es inferior al descuento comercial.

Asimismo, se incluye que el valor efectivo que se genera en el descuento real o justo, que también se puede aplicar de la forma racional o matemática, a través de la siguiente fórmula:

$$Dr = V_e * d * n$$

Se conoce que: $V_e = V_n - Dr \rightarrow conociendo\ el\ valor\ de\ Dr \rightarrow V_e = V_n - V_e * d * n \rightarrow por\ lo\ que \rightarrow V_n = V_e + V_e * d * n \rightarrow V_n = V_e(1 + d * n)$

Despejando se obtiene que: $V_e = \frac{V_n}{1+d*n}$

1.2.6. Ecuaciones de valor

De acuerdo con Garrett en su libro, An Introduction to the Mathematics of Finance, se indica que “Las ecuaciones de valor en las matemáticas financieras representan una solución a la refinación de deudas, tomando en cuenta el valor del dinero en el tiempo y el cambio del poder adquisitivo en una economía cíclica. Es decir, son igualdades de valor referenciadas en determinada fecha, a la cual se la conoce como fecha focal” (2013).

Las ecuaciones de valor son también conocidas como el teorema fundamental de las matemáticas que, cuando se cambian la forma de pago o de cuotas, permite conocer el valor que representa la equivalencia entre el pago que se realiza en una fecha determinada (la cual se denominará fecha focal) y el pago final que se debió realizar al finalizar la o las operaciones. Estos flujos se representan gráficamente en el diagrama de flujo de caja, que representa las entradas o salidas de dinero.

Las ecuaciones de valor representan igualdades cuando se compara los flujos de caja de distintas actividades, por ejemplo, cuando se comparan los ingresos con los egresos, las deudas con los pagos, los activos con los pasivos y el patrimonio, etc. Por lo que se representa de la siguiente manera

- $\sum \quad Ingresos = \sum \quad Egresos\ (en\ la\ fecha\ focal)$
- $\sum \quad Deudas = \sum \quad Pagos\ (en\ la\ fecha\ focal)$
- $\sum \quad Arriba = \sum \quad Abajo\ (en\ la\ fecha\ focal)$

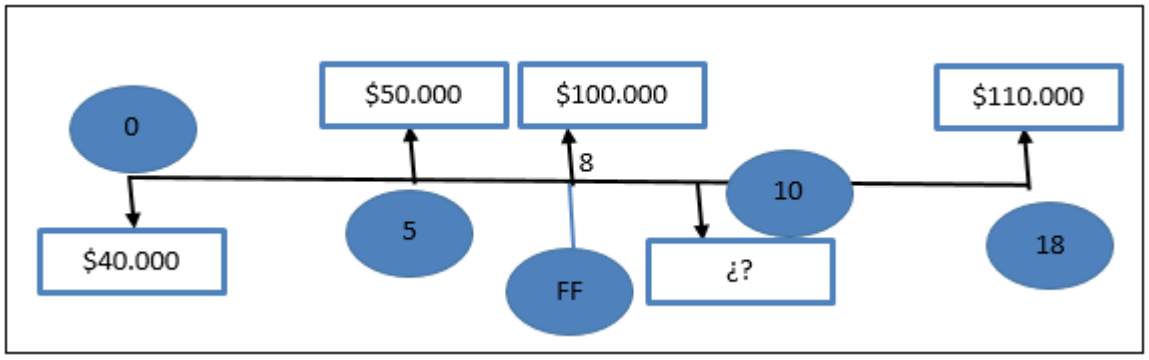
Cabe recordar que todo aquello que signifique una entrada de dinero se denota con la flecha hacia arriba, mientras que aquello que significa una salida de efectivo se denota con la flecha hacia abajo. Hay que destacar que lo primero a saber antes de resolver un problema de ecuaciones de valor, es la fecha focal en la cual se van a comprar los flujos de caja.

El traslado que se realice de los flujos de efectivo en la fecha establecida, se realizarán a través de las fórmulas de valor presente y valor futuro de acuerdo a las tasas de interés que se hayan especificado en estos. Los que se encuentren en la fecha focal no sufrirán cambio. A continuación, se presentará un ejemplo para ilustrar dicha situación.

Ejemplo 1.2.6.1.

Un individuo debe cancelar los siguientes documentos de valor de la siguiente manera: $50.000 dentro de 5 meses, $100.000 dentro de 8 meses y $110.000 a los 18 meses. El individuo está dispuesto a pagar en el tiempo inicial un valor de $40.000 y el resto en el décimo mes. Calcule el valor de dicho pago que salde las deudas asumidas sabiendo que la tasa de interés es del 25% y la fecha focal se establece en el mes 8.

Diagrama de flujo de caja:



El número 0 representa el periodo inicial, en donde se realiza el pago de los $40.000, los siguientes números representan el periodo de vencimiento de las deudas y de los pagos. Para plantear la ecuación de valor se trasladan las deudas y los pagos a la fecha focal establecida y la tasa de interés colocaday

$$\sum deudas = \sum pagos\ (en\ la\ fecha\ focal\ 8)$$

$$50.000\left(1+3*\frac{0.25}{12}\right)+100.000+\frac{110.000}{1+10*\frac{0.25}{12}}=40.000\left(1+8*\frac{0.25}{12}\right)+\frac{X}{1+2*\frac{0.25}{12}}$$

$$53.125+100.000+91.034{,}48=46666.67+\frac{X}{1.042}$$

$$244.159{,}48-46666.67=\frac{X}{1.042}\rightarrow 197.492{,}81=\frac{X}{1.042}$$

$$X=197.492{,}81(1.042)\rightarrow X=205.721{,}68$$

Por lo que, en el mes 10 se debe pagar un valor de $205.721,68 para garantizar el pago de las obligaciones financieras asumidas por el individuo, si se paga antes o después este valor cambiará.

1.2.7. Gráfica de Interés Simple

Como se ha venido diciendo anteriormente a lo largo de este documento, cuando se trata de interés simple significa que el interés se calcula en base al capital inicial, de acuerdo al periodo de tiempo en el que se estipule el horizonte de dicha actividad, por lo que, durante cada uno de dichos períodos el pago por concepto de interés será el mismo y no variará.

Al representar esto en una gráfica se obtiene una recta con pendiente positivo, en el que, su origen se establecerá en el corte con el eje de las ordenadas que, por lo general, como se representa en el periodo 0 esta hace alusión al capital inicial y los incrementos que se van generando con el paso del tiempo corresponde a la sumatoria de los intereses.

A continuación, se presentará la gráfica y la tabla conforme a los datos y los resultados del ejemplo 1.2.1 que luego también se resolvió para calcular el monto futuro:

Tabla 1.

Cálculo intereses. Elaboración propia

Años	Capital más intereses	Intereses
0	150000	0
1	169500	19500
2	189000	19500
3	208500	19500

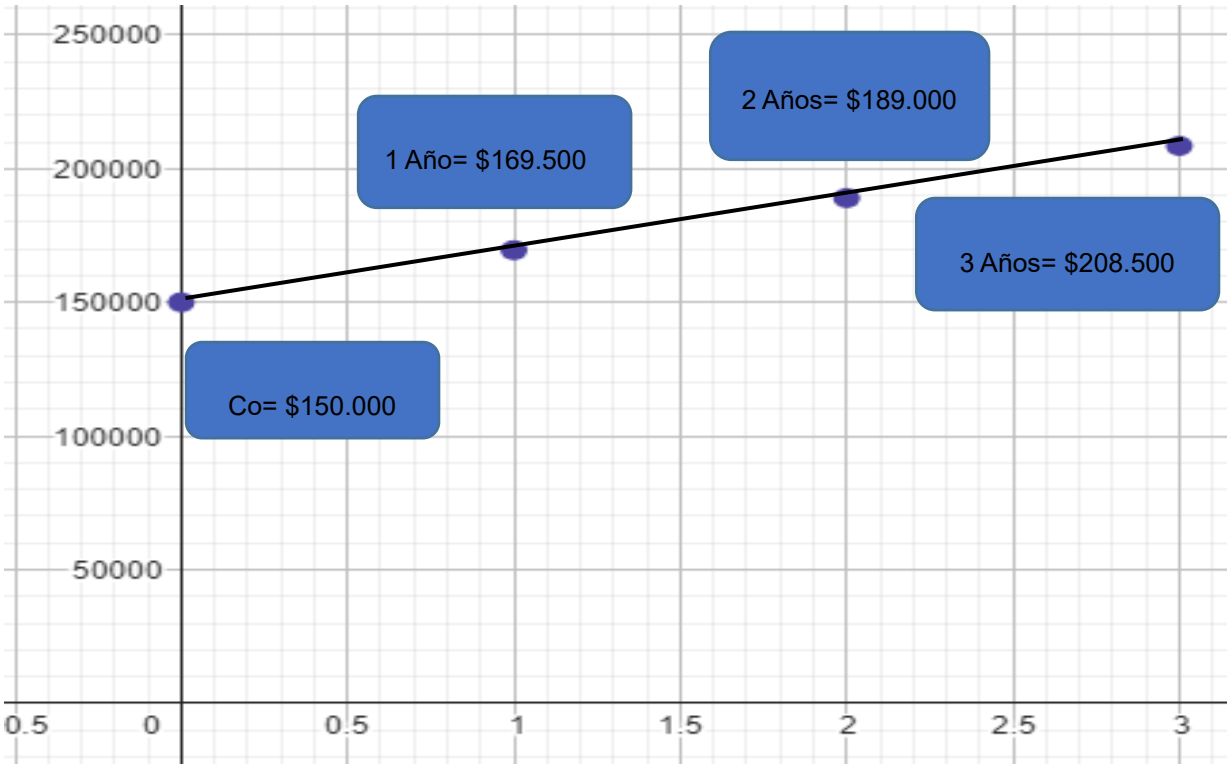


Figura 2. *Gráfica de Interés Simple. Elaboración propia.*

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Interés Simple.

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención Redacte una definición propia en base a lo investigado de las siguientes palabras: El interés, el interés simple, desventajas del interés simple, por qué es poco usado el interés simple y cómo se ilustra gráficamente.

- ✓ ¿Qué es el interés?
- ✓ ¿Qué es el interés simple?
- ✓ ¿Cuáles son las desventajas del interés simple? Y, además, ¿cuál considera usted que sería una ventaja de aplicar el interés simple?
- ✓ ¿Cuándo se recomienda usar el interés simple y por qué es tan poco usado?
- ✓ ¿por qué se dice que el interés simple subestima el valor del dinero en el tiempo?

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA

Taller: Resolución de ejercicios prácticos de interés simple.

Resuelve los siguientes ejercicios planteados con su debido procedimiento. La tarea se puede realizar a mano o en computadora, a través de Word yéndose al menú insertar seleccionando el comando ecuación, el documento al final debe ser subido en formato pdf.

1. ¿Cuál es el tipo de interés mensual simple equivalente a una tasa del 18% semestral?
2. Un individuo participa en una tanda y le toca cobrar en el decimocuarto mes. Si dentro de 18 meses recibirá $30.000 ¿Cuál es el valor actual de su tanda, con un interés simple de 20% anual?
3. Calcular el interés y el monto futuro generado por un capital de $450.000 colocados a una tasa efectiva de interés simple del 15% anual durante 32 meses.

4. Un individuo obtiene un préstamo de $50000 y acepta liquidarlo año y medio después. Acuerda que mientras exista el adeudo pagará un interés simple anual de 1.5% ¿Cuánto deberá pagar de interés cada mes?
5. Un comerciante adquiere un lote de mercancías con valor de $3500 que acuerda liquidar mediante un pago inmediato de $1500 y un pago final 4 meses después. Acepta pagar el 10% de interés anual simple sobre el saldo ¿Cuánto deberá pagar dentro de 4 meses?
6. En cuánto tiempo una inversión de $2.000.000 produce intereses de $700.000, si el capital se invirtió al 2,5% mensual
7. Un inversionista adquirió 1.000 acciones a $ 3.200 cada una, a los 8 meses recibió $ 896.000 de dividendos. ¿Cuál es la rentabilidad mensual y anual de la inversión?
8. ¿Qué interés generan $ 850.000 en 6 meses al 2,8% mensual?
9. Calcule el interés comercial y exacto de un préstamo de $ 5.000.000 al 28%, del 15 de abril del 2007 al 13 de agosto del mismo año
10. Calcule el monto o valor futuro de un préstamo de $2.000.000 al 30% de interés simple y 10 meses de plazo.

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento
2. Observa el video de la clase magistral
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test
4. Realiza el Test correspondiente de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test
- Revisa que tu conexión a internet sea estable
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad

II. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 2

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Interés Compuesto, Tasas de Interés y Equivalencia entre Tasas					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Interés Compuesto					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Tasas de Interés y Equivalencia entre Tasas					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Profesional					
1.6.	Unidad	2					
1.7.	Total, Horas Unidad	25,5					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	6	APE	4,5

Resultado de Aprendizaje

Comprender el crecimiento del dinero en el tiempo a través del interés compuesto y así poder tomar decisiones financieras informadas. Los estudiantes serán capaces de entender el crecimiento significativo del dinero a lo largo del tiempo y así tomar decisiones informadas sobre ahorros, deudas e inversiones; evaluando tasas de interés y sus equivalencias.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 2: Interés Compuesto y Tasas de interés y Equivalencia Entre Tasas

Tema 1: Interés Compuesto

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida de los componentes fundamentales que componen un computador y un servidor.

- Concepto del interés compuesto
- Variables que componen el interés compuesto
- ¿Por qué el interés compuesto genera un mayor valor futuro que el interés simple?
- Cálculo del valor futuro y del interés
- Valor presente, valor actual o capital inicial
- Cálculo de la tasa de interés
- Cálculo del número de periodos
- Descuento compuesto

2.1.1. Concepto del Interés Compuesto

De acuerdo con Earl Bowen, en su libro The Use of Mathematics in Economics, se estipula que: “el interés compuesto hace referencia al cálculo del costo del capital o del rendimiento de la inversión sobre el capital inicial, tomando en cuenta que, los intereses se van capitalizando, es decir, estos son acumulativos” (1980).

Se conoce que el dinero genera valor a través del tiempo, este valor hace referencia al cálculo del interés, el interés puede ser pagado o cobrado dependiendo de si se trate de una inversión o si se trate de un acceso a financiamiento.

Recuerden la relación entre el interés y la decisión que se tome, la cual se indicó en el tema 2 de la Unidad 1, donde se explica que “la decisión que se tome dependerá de la perspectiva de la misma, si se trata de una inversión, entonces mientras mayor sea el interés significa que mayores rendimientos generará y, por tanto, mayores incentivos hay para decidir ejecutar la inversión; por otro lado, si se trata de un préstamo, entonces mientras mayor sea el interés, mayor será el costo del financiamiento, por lo que, menos estímulos hay para asumir la obligación financiera”. En resumen, se indica que cuando se refiere al interés como rendimiento es porque existe una relación directa entre este y ejecutar dicha inversión; sin embargo, cuando la inversión hace referencia al costo del

financiamiento, entonces, hay una relación indirecta entre este y asumir la obligación financiera.

Cuando se habla de interés compuesto se refiere a que los intereses que se van generando se van acumulando al capital inicial y, de esa reinversión de los intereses es que se calcula el nuevo interés, por eso se indica que, una de las ventajas del interés compuesto es que toma en cuenta, periodo a periodo, el valor del dinero realmente comprometido en la actividad que se esté desarrollando y, esto hace, que tenga mayor poder adquisitivo.

Esa afirmación también se sustenta con el crecimiento exponencial que tienen los rendimientos en el interés compuesto, precisamente por la reinversión automáticas de los intereses para la generación del interés. Además, dado que el dinero tiene un valor en el tiempo que depende de varios factores, se prefiere tener dinero hoy que en el futuro, puesto que se cuenta con la certeza del valor del dinero en el presente mientras que a futuro hay incertidumbre, el rendimiento que genera el interés compuesto da incentivos a que se decida tener dinero en el futuro por los rendimientos que este genera y, así compensar el costo de oportunidad generado por no consumir o ahorrar en el presente. (Hull, 2021)

Esto hace que el interés compuesto se utilice en la mayoría de las actividades financieras del sistema financiero, ya sea para evaluar un proyecto de inversión o para evaluar una obligación financiera. Además, en base a su capacidad de acumular los intereses hace que este tipo de interés se aplique, sobre todo, en el largo plazo, puesto que contribuye a un mayor poder adquisitivo en el futuro ya que su nivel de retorno crece exponencialmente. (Florez Uribe, 2013)

2.1.2. Variables que componen el interés compuesto

Las variables que componen el interés compuesto son las mismas de las que componen el interés simple, la única diferencia radica en su forma de calcularlo. A continuación, se detallarán las variables que forman el interés compuesto:

- ***Capital inicial, valor presente o valor actual:*** Este valor hace referencia al capital el cual, el individuo, puso como inversión para que genere rendimientos futuros; o hace referencia al capital del cual el individuo tuvo que acceder y asumir para obtener financiamiento (el cual puede ser interno o externo).
- ***Interés acumulativo:*** Esta variable hace referencia al costo que generó asumir una obligación financiera o al rendimiento que generó realizar una inversión, interés

geométrico, puesto que los resultados obtenidos se van acumulando y, en base a aquello, se genera el nuevo interés en cada periodo.

- ***Tasa de interés:*** la tasa de interés indica la proporción o el valor mediante el cual el interés se va generando y acumulando según el horizonte de tiempo de la inversión o del financiamiento.
- ***Periodo, tiempo u horizonte de tiempo:*** Esta variable hace referencia al tiempo de duración estipulado ya sea para pagar la totalidad de la obligación financiera o el tiempo de duración de la inversión y de los retornos que esta inversión va a generar.
- ***Monto futuro, monto final o valor futuro:*** Este valor hace referencia al rendimiento final que generará la inversión que se decide ejecutar o al pago total de la obligación financiera que debe realizar la persona jurídica o no jurídica para responder a dicha responsabilidad.

La comprensión de las variables que componen el interés compuesto es crucial y relevante para evaluar el crecimiento que va a generar una inversión o muestra el costo que va a generar asumir una obligación financiera. Conocer aquella información permite tomar decisiones en base al resultado más óptimo para el individuo o la entidad que se enfrenta a distintas disyuntivas, puesto que le permite realizar una comparación entre las inversiones posibles a ejecutar y las deudas a asumir, generando de esta forma un menor costo de oportunidad. (Meza Orozco, 2017)

2.1.3. ¿Por qué el interés compuesto genera un mayor valor futuro que el interés simple?

La diferencia primordial entre el interés compuesto y el interés simple, es precisamente lo que se acaba de explicar anteriormente. El interés simple calcula el rendimiento en base a un capital inicial que generó en un momento específico, estos intereses no se acumulan, y esa no acumulación hace que, este interés pierda poder adquisitivo con el paso del tiempo; mientras que, el interés compuesto va reinvirtiendo los intereses generando un mayor rendimiento y compensando el costo de oportunidad asumido por no usar ese dinero en el presente para consumir o para ahorrar.

A continuación, se mostrará una pequeña tabla, para que se muestre la diferencia que surge del cálculo del interés cuando este es simple y cuando este es compuesto. Tomando en cuenta que la fórmula para calcularlo será: $I = C_o * i * t$. La única diferencia es que el interés simple se calcula en base al capital inicial y mientras que el interés compuesto se calcula en base al interés acumulado con el capital inicial.

Ejemplo 2.1.3.

Una persona invierte hoy la suma de $500.000 en una póliza que paga un 10% de interés anual durante un periodo de 5 años.

Tabla 1.

Comparativa interés simple e interés compuesto. Elaboración propia.

Periodo	INTERÉS SIMPLE			INTERÉS COMPUESTO		
	Capital Inicial	**Interés**	**Monto futuro**	**Capital Inicial**	**Interés**	**Monto futuro**
0	500000		500000	500000		500000
1	500000	50000	550000	500000	50000	550000
2	500000	50000	600000	550000	55000	605000
3	500000	50000	650000	605000	60500	665500
4	500000	50000	700000	665500	66550	732050
5	500000	50000	**750000**	732050	73205	**805255**

La tabla anterior nos permite observar que, primero, el interés simple hace aumentar el monto futuro de forma lineal (aritmética) dado que los intereses que se generan cada año son los mismo puesto que se generan en base al capital inicial; segundo, el interés compuesto hace aumentar el monto futuro de forma exponencial (geométrica), esto quiere decir que mientras mayor sea el tiempo mayor será el rendimiento o el costo que genere el interés, dado que los intereses se van reinvirtiendo en cada periodo de cálculo.

Por eso se observa que, el monto futuro generado en el interés simple es de $750.000 mientras que el que se generó en el interés compuesto es de $805.255, lo que denota que el interés que se generó en un régimen no acumulativo es de $250.000 (750.000-500.000), mientras que el interés que se generó en un régimen acumulativo es de $305.255 (805.255-500.000). Demostrando que, efectivamente, el interés compuesto genera un mayor rendimiento que el interés simple y, por tanto, este mayor rendimiento hace que este tipo de interés sea el más usado en el sistema financiero.

2.1.4. Cálculo del valor futuro y del interés

Se conoce que el cálculo del valor futuro en el interés simple se realiza mediante la siguiente fórmula $Mf = C_0(1 + i * t)$. Pero, esta fórmula no se aplica para calcular el monto

futuro en interés compuesto debido a que los intereses se van acumulando al capital inicial. Esto quiero decir que en el primer periodo de pago voy a utilizar la fórmula $Mf = C_0(1 + i)$, ese interés que se generó en ese primer pago se acumula y, en base a esa acumulación se calcula el nuevo monto futuro, por ejemplo, si se quiere calcular el monto futuro transcurridos dos periodos de tiempo se utiliza la siguiente ese expresión $Mf = C_0(1 + i)(1 + i)$. Esto muestra que por cada periodo de tiempo se pone una nueva $(1 + i)$, lo cual se da precisamente porque los intereses se van reinvirtiendo y en base a aquello se genera el monto futuro de la inversión o del financiamiento.

Permitiendo a través del cálculo de este interés los distintos tipos de valores de inversión que se pueden generar, los cuales muestran ventajas y desventajas, sujetas al mercado bursátil y al contexto económico del país y del mundo, para así, permitirle a los individuos tener, al menos, una buena base sobre la cual operan sus actividades económicas (Graham & Dodd, 2008)

Dado aquello se concluye que la fórmula para calcular el interés compuesto que genere una inversión o la obligación que se asume por acceder a financiamiento, es la siguiente:

$$Mf = C_0(1 + i)^n$$

De igual forma, a partir de la obtención de la fórmula del monto futuro se puede obtener el valor adicional que generó la inversión o el financiamiento al que se accedió. A continuación, podrán observar la fórmula para calcular el interés que se generó en interés compuesto.

$$I = Mf - C_0 \rightarrow se\ conoce\ ya\ el\ valor\ del\ monto\ futuro, el\ cual\ se\ reemplazará \rightarrow \quad I = C_0(1 + i)^n - C_0$$

La parte resaltada de la fórmula muestra cuál es la que se aplica para obtener el valor del interés compuesto que generará una inversión o una deuda.

Para proceder al cálculo es importante tener en cuenta lo siguiente: primero, el periodo y la tasa de interés se deben expresar en la misma medida de tiempo, si estos difieren, uno de estos debe convertirse para que se expresen en igualdad de medidas; segundo, la tasa de interés se debe encontrar en su forma proporcional y, además, siempre se debe calcular en su forma efectiva (cuando se exprese al año y se capitalice en otro periodo), esto se debe a que, como se ha indicado anteriormente, el interés se va acumulando y reinvirtiendo. (García Santillán, 2014)

Por ejemplo, cuando se habla de interés simple y tenemos una tasa de interés anual del 12% pero se quiere saber el interés que se ha generado mensualmente, entonces ese 12% anual se divide para el número de meses que tiene el año, esto significa que mensualmente el interés será del 1% (12%/12). No obstante, esa tasa de interés anual del 12% en su forma simple, no es la misma que la tasa de interés que se genera en un régimen acumulativo, puesto que, si se quiere evaluar los intereses que se generan al mes, estos se van acumulando y, por ende, provoca que la tasa de interés anual compuesta sea mayor que el 12%.

En este tema no se detallará a profundidad la tasa de interés y la equivalencia entre tasas puesto que eso corresponde al segundo tema de esta segunda unidad. Para que no haya equivocaciones en el cálculo del interés compuesto en este tema, se desarrollarán ejercicios en su base mensual convirtiéndolo según el periodo de tiempo en el cual esté estipulado.

Cabe destacar que el periodo hace referencia al tiempo en el que se paga el interés, este periodo está sujeto al número de veces en las que el interés se va capitalizando durante el periodo de referencia. Para lo cual se va a decir que n hace referencia al periodo en el que se paga el interés, y m hace referencia a las veces en las que este se va capitalizando. Por ejemplo, si tenemos un documento que se paga semestralmente durante 4 años, entonces, los años son 4 y m serían los semestres que tiene el año los cuales son 2, al final se multiplican estos dos para obtener n, y genera un valor de 8 □ (4*2) = 8.

A continuación, se presentará un ejemplo para que se ilustre cómo se resuelve un ejercicio de interés compuesto.

Ejemplo 2.1.4. Monto Futuro e interés compuesto

Al iniciar los meses de abril y junio pongo en una póliza $100.000 y $200.000 respectivamente en una institución financiera que reconoce un rendimiento del 2% mensual, ¿Cuánto dinero tendré al iniciar diciembre y cuál es el interés que se generó durante ese tiempo?

El ejemplo nos da dos valores futuros y dos intereses a encontrar. Se procederá a encontrar los valores por separado.

1. ***Rendimiento de la primera póliza***

Detalle:

- Co = $100.000
- i= 0.02 mensual
- n= Inicia en abril y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 8 meses
- I = ¿?
- Mf = ¿?

$$Mf = Co(1+i)^n \rightarrow Mf = 100.000(1+0.02)^8 \rightarrow Mf = 100.000(1.02)^8 \rightarrow Mf = 100.000(1.17) \rightarrow Mf1 = 117.165{,}93$$

De esta forma encontramos que el monto futuro que se generará por un capital de $100.000 a una tasa de interés del 2% de abril hasta inicios de diciembre, es de $117.165,93.

Para calcular el interés compuesto generado durante ese periodo, únicamente realizamos la resta respectiva entre el monto futuro y el capital inicial, resultando:

$$I = Mf - Co \rightarrow I = 117.165{,}93 - 100.000 \rightarrow I1 = 17.165{,}93$$

2. ***Rendimiento de la segunda póliza***

Detalle:

- Co = $200.000
- i= 0.02 mensual
- n= Inicia en junio y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 6 meses
- I = ¿?
- Mf = ¿?

$$Mf = Co(1+i)^n \rightarrow Mf = 200.000(1+0.02)^6 \rightarrow Mf = 200.000(1.02)^6 \rightarrow Mf = 200.000(1.126) \rightarrow Mf2 = 225.232{,}48$$

De esta forma encontramos que el monto futuro que se generará por un capital de $200.000 a una tasa de interés del 2% de abril hasta inicios de diciembre, es de $225.232,48.

Para calcular el interés compuesto generado durante ese periodo, únicamente realizamos la resta respectiva entre el monto futuro y el capital inicial, resultando:

$$I = Mf - Co \rightarrow I = 225.232{,}48 - 200.000 \rightarrow I2 = 25.232{,}48$$

Una vez identificados los montos futuros y el interés que generarán las dos pólizas, se procede a sumarlas para el rendimiento total que le generará esas decisiones de inversión.

- $Mft = Mf1 + Mf2 \rightarrow Mft = 117.165{,}93 + 225.232{,}48 \rightarrow Mft = 342.398{,}42$
- $It = I1 + I2 = 17.165{,}93 + 25.232{,}48 \rightarrow It = 42.398{,}41$

De esta manera se puede concluir que, el individuo al finalizar diciembre habrá generado un monto futuro total de $342.398,42 de los cuales el interés total que se generará será de $42.398,41; por poner dos pólizas de $100.000 y $200.000 respectivamente, a una tasa de interés del 2 % y cuyo periodo de duración fue de 8 meses y de 6 meses.

2.1.5. Valor presente, valor actual o capital inicial

Ya sabiendo que la fórmula para encontrar el monto futuro es de $Mf = C_0(1+i)^n$, entonces, cuando el enunciado no da a conocer el valor presente o el capital inicial que generó un valor futuro conocido, se procede a encontrar dicho valor presente a través de un despeje a la fórmula antes explicada, de tal forma que, el capital inicial quede como variable a encontrar. Lo cual se mostrará a continuación:

$$Si\ Mf = C_0(1+i)^n; entonces, \frac{Mf}{(1+i)^n} = Co$$

Una vez encontrada la fórmula para obtener el capital inicial se procederá a explicar un ejemplo para que se entienda el uso de la misma, dicho ejemplo se basará en el enunciado ya explicado en el ejemplo 2.1.4.

Ejemplo 2.1.5.

Se pide determinar cuáles son los capitales iniciales que, al consignarlos en una póliza que genera el 2% mensual de rendimiento, produjeron valores futuros de $\$117.165{,}9381\ y\ \$225.232{,}4839$; el primero tuvo una duración de 8 meses y el segundo tuvo una duración de seis meses.

1. Capital inicial de la primera póliza

Detalle:

- Co1 = ¿?
- i= 0.02 mensual
- n= Inicia en abril y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 8 meses
- Mf1 = $117.165,9381

$$Co1 = \frac{Mf1}{(1+i)^n} \rightarrow Co1 = \frac{117.165{,}9381}{(1+0.02)^8} \rightarrow Co1 = \frac{117.165{,}9381}{(1.02)^8} \rightarrow Co1 = 100.000$$

De esta forma encontramos que el capital inicial que generará un monto futuro de $117.165,9381 a una tasa de interés del 2% de abril hasta inicios de diciembre, es de $100.000.

2. Capital inicial de la segunda póliza

Detalle:

- Co2 = ¿?
- i= 0.02 mensual
- n= Inicia en junio y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 6 meses
- Mf2 = $225.232,4839

$$Co2 = \frac{Mf2}{(1+i)^n} \rightarrow Co2 = \frac{225.232{,}4839}{(1+0.02)^6} \rightarrow Co2 = \frac{225.232{,}4839}{(1.02)^6} \rightarrow Co = 200.000$$

De esta forma encontramos que el capital inicial que generará un monto futuro de $225.232,4839 a una tasa de interés del 2% de junio hasta inicios de diciembre, es de $200.000.

2.1.6. Cálculo de la tasa de interés

Ya sabiendo que la fórmula para encontrar el monto futuro es de $Mf = C_0(1+i)^n$, entonces, cuando el enunciado no da a conocer la tasa de interés mediante la cual se generará un valor futuro conocido, se procede a encontrar dicha tasa de interés a través de un despeje a la fórmula antes explicada, de tal forma que, la tasa de interés quede como variable a encontrar. Lo cual se mostrará a continuación:

$$Mf = Co(1+i)^n \rightarrow \frac{Mf}{Co} = (1+i)^n \rightarrow \sqrt[n]{\frac{Mf}{Co}} = \sqrt[n]{(1+i)^n} \rightarrow \sqrt[n]{\frac{Mf}{Co}} = 1+i \rightarrow \sqrt[n]{\frac{Mf}{Co}} - 1$$

$$= i;\ lo\ cual\ es\ igual\ también \rightarrow i = (\frac{Mf}{Co})^{\frac{1}{n}} - 1$$

Una vez encontrada la fórmula para obtener la tasa de interés se procederá a explicar un ejemplo para que se entienda el uso de la misma, dicho ejemplo se basará en el enunciado ya explicado en el ejemplo 2.1.4.

Ejemplo 2.1.6.

Se pide determinar cuál es la tasa de interés que en base a capitales iniciales de $100.000 y $200.000 que, al consignarlos en una póliza, produjeron valores futuros de $\$117.165{,}9381\ y\ \$225.232{,}4839$; el primero tuvo una duración de 8 meses y el segundo tuvo una duración de seis meses.

1. Tasa de interés de la primera póliza

Detalle:

- Co1 = 100.000
- i1 = ¿?
- n= Inicia en abril y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 8 meses
- Mf1 = $117.165,9381

$$i1 = \sqrt[n]{\frac{Mf1}{Co1}} - 1 \rightarrow i = \sqrt[8]{\frac{117.165{,}9381}{100.000}} - 1 \rightarrow i = \sqrt[8]{1.1716} - 1 \rightarrow i = 1.02 - 1 \rightarrow i1 = 0.02$$

De esta forma encontramos que la tasa de interés que generará un monto futuro de $117.165,9381 en base a un capital inicial de $100.000 de abril hasta inicios de diciembre, es del 2%.

1. Tasa de interés de la segunda póliza

Detalle:

- Co2 = 200.000
- i2 = ¿?
- n= Inicia en junio y termina a inicios de diciembre, por tanto, hay 6 meses

- Mf2 = $225.232,4839

$$i2 = \sqrt[n]{\frac{Mf2}{Co2}} - 1 \rightarrow i = \sqrt[6]{\frac{225.232,4839}{200.000}} - 1 \rightarrow i = \sqrt[6]{1.1261} - 1 \rightarrow i = 1.02 - 1 \rightarrow i2 = 0.02$$

De esta forma encontramos que la tasa de interés que generará un monto futuro de $225.232,4839 en base a un capital inicial de $200.000 de junio hasta inicios de diciembre, es del 2%.

2.1.7. Cálculo del número de periodos

Ya sabiendo que la fórmula para encontrar el monto futuro es de $Mf = C_0(1+i)^n$, entonces, cuando el enunciado no da a conocer el número de periodos mediante la cual la inversión o el financiamiento generará un valor futuro conocido, se procede a encontrar dicho periodo de tiempo a través de un despeje a la fórmula antes explicada, de tal forma que, el número de periodos quede como variable a encontrar. Lo cual se mostrará a continuación:

$$Mf = Co(1+i)^n \rightarrow \frac{Mf}{Co} = (1+i)^n \rightarrow ln\ \frac{Mf}{Co} = nln\ (1+i) \rightarrow \frac{ln\ \frac{Mf}{Co}}{ln\ (1+i)} = n$$

Una vez encontrada la fórmula para obtener el periodo de duración del financiamiento o de la inversión, se procederá a explicar un ejemplo para que se entienda el uso de la misma, dicho ejemplo se basará en el enunciado ya explicado en el ejemplo 2.1.4.

Ejemplo 2.1.7.

Se pide determinar cuál es los números de periodos mediante el cual capitales iniciales de $100.000 y $200.000 que, al consignarlos en una póliza que genera un 2% de interés mensual, produjeron valores futuros de $\$117.165{,}9381\ y\ \$225.232{,}4839$.

1. Número de periodos de la primera póliza

Detalle:

- Co1 = 100.000
- i = 2%
- n1= ¿?
- Mf1 = $117.165,9381

$$n1 = \frac{ln\ \frac{Mf1}{Co1}}{ln\ (1+i)} \rightarrow n1 = \frac{ln\ \frac{117.165{,}9381}{100.000}}{ln\ (1+0.02)} \rightarrow n1 = \frac{0.1584}{0.0198} \rightarrow n1 = 8$$

De esta forma encontramos que el número de periodos que generará un monto futuro de $117.165,9381 en base a un capital inicial de $100.000 a un rendimiento del 2% mensual, es de 8 meses.

1. Número de periodos de la segunda póliza

Detalle:

- Co2 = 200.000
- i = 2%
- n2= ¿?
- Mf2 = $225.232,4839

$$n2 = \frac{ln\ \frac{Mf2}{Co2}}{ln\ (1+i)} \rightarrow n2 = \frac{ln\ \frac{225.232{,}4839}{200.000}}{ln\ (1+0.02)} \rightarrow n2 = \frac{0.1188}{0.0198} \rightarrow n2 = 6$$

De esta forma encontramos que el número de periodos que generará un monto futuro de $225.232,4839 en base a un capital inicial de $200.000 a un rendimiento del 2% mensual, es de 6 meses.

2.1.8. Descuento Compuesto

El descuento compuesto se simboliza con la sigla Dc, y lo que ilustra esta operación financiera es el equivalente en el valor presente que se paga para cancelar un financiamiento a valor futuro; es decir, es un método mediante el cual se calcula el valor presente de flujos de efectivos futuros, a través de una tasa de descuento de acuerdo al periodo restante para finalizar la operación. (Anching Guzmán, 2006)

Como en el interés compuesto sus intereses se generan a través de la reinversión de los mismos, entonces el descuento compuesto es el procedimiento opuesto. Una vez indicado aquello se mostrará la fórmula mediante la cual se procederá a calcular el descuento compuesto y el valor que debe desembolsar en el presente (valer efectivo) el cual es el equivalente al valor futuro (valor nominal).

- $Si, Mf = Co(1+i)^n \rightarrow Vn = Vp(1+d)^n \rightarrow y, además\ que, Vp = \frac{Vn}{(1+d)^n}$
- $Se\ conoce\ también\ que, Dc = Vn - Vp \rightarrow Dc = Vn - \frac{Vn}{(1+d)^n} \rightarrow Dc = Vn\left(1 - \frac{1}{(1+d)^n}\right) \rightarrow Dc = Vn(1 - 1(1+d)^{-n})$

Una vez encontrada la fórmula para obtener el descuento compuesto, se procederá a explicar un ejemplo para que se entienda el uso y cálculo del mismo.

Ejemplo 2.1.8. Descuento Compuesto

Se pide calcular los intereses de descuento por anticipar un valor futuro de $2.500.000 por 6 meses a una tasa de descuento del 12%.

Detalles:

- Vn = $2.500.000
- d= 12% □ 0.12 anual
- n = 6 meses □ 6/12 años
- Dc = ¿?

$$Dc = Vn\left(1 - \frac{1}{(1+d)^n}\right) \rightarrow Dc = 2.500.000\left(1 - \frac{1}{(1+0.12)^{\frac{6}{12}}}\right)$$

$$Dc = 2.500.000\left(1 - \frac{1}{(1.12)^{0.5}}\right) \rightarrow Dc = 2.500.000\left(1 - \frac{1}{1.0583}\right)$$

$$Dc = 2.500.000(1 - 0.9449) \rightarrow Dc = 2.500.000(0.055) \rightarrow Dc = 137.722{,}0437$$

Resolviendo el ejemplo se puede obtener que los intereses de descuentos generados por anticipar un valor de $2.500.000 por 6 meses a una tasa de descuento del 12%, fue de $137.722,04.

Ejemplo 2.1.9. Calcular n en el descuento compuesto

Se descontaron intereses de $100.000 sobre un capital de $1.000.000 a una tasa de descuento del 10%. Identifique el periodo de descuento sabiendo que se ha aplicado un descuento compuesto.

Detalles:

- Vn = $1.000.000
- d= 10% □ 0.10 anual
- n = ¿?
- Dc = 100.000

$$Dc = Vn\left(1 - \frac{1}{(1+d)^n}\right) \rightarrow 100.000 = 1.000.000\left(1 - \frac{1}{(1+0.10)^n}\right)$$

$$\frac{100.000}{1.000.000} = 1 - \frac{1}{1.10^n} \rightarrow \frac{1}{10} = 1 - 1(1.10)^{-n} \rightarrow 0.1 = 1 - 1.10^{-n}$$

$$0.1 - 1 = -1.10^{-n} \rightarrow -0.9 = -1.10^{-n} \rightarrow 0.9 = 1.10^{-n} \rightarrow ln\ ln\ (0.9) = -n\ ln\ ln\ (1.10)$$

$$\frac{ln\ (0.9)}{ln\ (1.10)} = -n \rightarrow -n = \frac{-0.10536}{0.09531} \rightarrow -n = -1.1054 \rightarrow n = 1.1054\ años$$

Resolviendo el ejemplo se puede obtener que el periodo de tiempo mediante el cual se generaron $100.000 correspondiente a intereses de descuentos por anticipar un valor de $1.000.000 a una tasa de descuento del 10%, fue de 1.1054 años.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Interés Compuesto

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención Redacte una definición propia en base a lo investigado de las siguientes palabras: El interés, el interés compuesto, ventajas del interés compuesto, por qué es más usado el interés compuesto, sobre todo a largo plazo y cómo se ilustra gráficamente.

- ¿Qué es el interés?
- ¿Qué es el interés compuesto?
- ¿Cuáles son las ventajas del interés compuesto? Y, además, ¿cuál considera usted que sería una desventaja de aplicar el interés compuesto?
- ¿Cuándo se recomienda usar el interés compuesto y por qué es tan usado?
- ¿por qué se dice que el interés compuesto compensa la decisión de no consumir en el presente?

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA

Taller: Resolución de ejercicios prácticos de interés compuesto.

Resuelve los siguientes ejercicios planteados con su debido procedimiento. La tarea se puede realizar a mano o en computadora, a través de Word o Excel yéndose al menú insertar seleccionando el comando ecuación, el documento al final debe ser subido en formato pdf.

1. Calcular el monto y el interés generados por un capital de U$S 10.000 colocados a una tasa efectiva de interés compuesto del 1% mensual durante 2 años y 8 meses.
2. Calcular el monto y el interés generados por un capital de U$S 15.000 colocados a una tasa efectiva de interés compuesto del 5% mensual durante 2 años.
3. Calcular el monto y el interés generados por un capital de U$S 175.225 colocados a una tasa efectiva de interés compuesto del 3.5% mensual durante 1 año y 3 meses.

4. Determinar el monto compuesto después de 4 años si se invierten $ 100.000 a una tasa efectiva del 8% trimestral
5. Se invierten $ 2.000.000 al 1,5% mensual por 3 años. ¿Cuál es la cantidad acumulada al término de ese tiempo? ¿A cuánto asciende el interés ganado?
6. Una persona debe pagar en 18 meses la suma de $ 2.000.000. ¿Cuál debe ser el valor del depósito que se haga hoy en una cuenta que paga el 8% efectivo trimestral para poder retirar esa suma?
7. Si un apartamento se adquiere hoy por $ 40.000 y por efectos de la inflación y otros factores su valor aumenta a razón de un 20% anual, ¿cuánto podrá valer dentro de 15 años?
8. Un fondo tiene un valor hoy de $ 3.500 y hace año el valor del fondo era de $ 2.800. Suponiendo una tasa de inflación del 20% (sabiendo que la tasa de inflación es la pérdida de valor del 20%, menos poder adquisitivo). ¿Qué es más aconsejable entre dejar el dinero en el fondo o cancelar el fondo y buscar otra alternativa de inversión?
9. Se dispone hoy de una suma de dinero para invertir. Y se presentan dos alternativas: la primera es invertir al 2, 42% mensual y la segunda es invertir al 15,25% semestral. ¿Cuál debe aceptarse?
10. Si el costo de la energía eléctrica va a estar aumentando a un ritmo de 3.5% mensual durante los próximos 12 meses, ¿De cuánto será el aumento total expresado en porcentaje? Suponga que el costo de Kw/hora actualmente es de $ 15.
11. En cuántos años se cuadruplicará una inversión hecha hoy con un interés compuesto del 24% anual pagadero en su totalidad al vencimiento?
12. Una empresa adquiere un préstamo por $ 20.000.000 al 2.5% mensual y firmó un pagaré por $ 48.650.706,31. ¿Qué plazo le concedieron para cancelar la deuda y los intereses?

Consigna:

13. El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
14. Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
15. Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
16. Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.
4. Realiza el Test de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.
- Revisa que tu conexión a internet sea estable.
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

Tema 2: Tasa de interés y equivalencia entre tasas.

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida de las tasas de interés y de la equivalencia entre tasas para tomar decisiones financieras informadas.

- Tasas de interés
- Tasa de interés periódica
- Tasa de interés nominal
- Tasa de interés efectiva
- Tasa de interés anticipada
- Equivalencia entre tasas
- Cálculo del valor futuro, valor presente y del tiempo bajo tipo de interés continuo
- Tasa de cambio y la inflación

2.2.1. Tasas de interés

La tasa de interés hace referencia al valor proporcional que genera realizar una operación financiera. De acuerdo con Irvin Fisher, la tasa de interés representa el costo de oportunidad de mantener el dinero en su forma líquida y no invertirla para que genere rendimientos futuros.

Esto quiere decir que, una persona, por naturaleza, va a preferir mantener dinero en el presente puesto que tienen certidumbre del poder adquisitivo que este tiene, pero para preferir que, en vez de tener el dinero en el presente lo tenga en el futuro, la persona se incentiva por el rendimiento que este dinero genere con el pasar del tiempo, dicho rendimiento está estipulado según la proporción de capitalización que vaya generando.

Dependiendo del concepto de la operación financiera la tasa de interés cambiará su forma de expresión; es decir, si el concepto de la operación financiera se trata de un depósito entonces la tasa de interés expresa el rendimiento que le genera al individuo la cantidad de dinero que deposita para que la use otro; por otro lado, si el concepto de la operación financiera se trata de un crédito, entonces la tasa de interés expresa el costo de acceder a dicho crédito para usar el dinero de externos que, a futuro, generará un nuevo valor a pagar.

En este sentido también se puede hablar de tasas de interés que se generan de forma vencida o anticipada; es decir, si esa proporción adicional de un capital inicial se va pagando al finalizar el periodo (forma vencida) o si se va pagando al iniciar el periodo (forma anticipada).

Dentro de lo dicho las tasas de interés se clasifican en:

- Tasa de interés periódico
- Tasa de interés nominal
- Tasa de interés efectivo

2.2.2. Tasa de interés periódica

La tasa de interés periódica se refiere a aquel valor proporcional que va generando un capital según el periodo en el cual se determinó el pago de la transacción financiera; es decir, es la tasa de interés que se usa en cada intervalo de tiempo, el cual puede ser mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual, etc. La tasa de interés periódica se la suele denotar con la letra “i”, y por lo general se la aplica en su forma vencida (al finalizar cada periodo); sin embargo, puede darse el caso en la que se maneje como anticipada la cual se indicará en la misma tasa de interés.

Dentro de esta tasa de interés se deben resaltar dos componentes primordiales que la identifican: primero, la tasa, lo cual indica el valor proporcional que generará un capital y; segundo, el periodo de aplicación, el cual indicará el número de veces que se pagará dicho interés. Hablamos de interés periódico cuando, por ejemplo, se estipulan tasas de interés del 2% bimensual, 6% trimestral; 13% anual, 8.2% semestral, etc.

2.2.3. Tasa de interés nominal

La tasa de interés nominal no se suele utilizar de forma directa dentro de las instituciones financieras, por lo general se la usa bajo periodos de capitalización simple; es decir, donde la tasa de interés se calcula en base al capital inicial. Esta tasa de interés es un valor de referencia, que indicar el adicional que va a generar el dinero, sin embargo, este no toma en cuenta la acumulación o la reinversión de los intereses (al que, bajo una operación de financiamiento, se la denomina como coste adicional por prestar el dinero), por lo que no mide el valor real del dinero. (Ross, Westerfield, & Jaffe, 2012)

Este tipo de tasa de interés se la denota con la letra “r”, en la que se resaltan los siguientes componentes principales: la tasa de interés (lo cual indica el valor proporcional que generará un capital), el periodo de referencia (es el tiempo en el cual se indica está expresada la tasa de interés, el cual, si no se especifica, se asume que es anual) y el periodo de capitalización (es el intervalo de tiempo en el cual los intereses se van

generando). El interés nominal también puede ser vencido o anticipado, en el caso en el que no se especifique, se infiere que el interés es vencido.

Si se sabe que la tasa de interés periódica se denota con la letra “i”, con la letra “r” a la tasa de interés nominal y, además, el periodo de capitalización se ilustra con la letra “m”, entonces la forma de relacionarlas para obtener la tasa de interés se realiza mediante la siguiente expresión: $i = \frac{r}{m}$

En donde cabe destacar que, el periodo de capitalización, denotado con la letra “m”, representa el número de periodos que surgen según el periodo de referencia que toma la tasa de interés, el cual, por lo general, es anual.

Para que quede explicado de mejor manera la relación entre la tasa de interés nominal con la tasa de interés periódica, se desarrollarán algunos ejemplos:

Ejemplos 2.2.3.1. Encuentre la tasa de interés según las siguientes tasas de intereses nominales.

a) 35% capitalizable mensualmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 35% anual
- m es el periodo de composición, el cual está en términos mensuales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántos meses hay en un año? Obteniendo que en 1 año hay 12 meses

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.35}{12} \rightarrow i = 0.029 \rightarrow i = 2.9\%\ mensual$$

b) 11% capitalizable semestralmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 11% anual
- m es el periodo de composición, el cual está en términos semestrales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántos semestres hay en un año? Obteniendo que en 1 año hay 2 semestres.

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.11}{2} \rightarrow i = 0.055 \rightarrow i = 5.5\%\ semestral$$

c) 3.5% mensual capitalizable bimensualmente o quincenalmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 3.5% mensual
- m es el periodo de composición, el cual está en términos bimensuales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántas quincenas hay en un mes? Obteniendo que en 1 mes hay 2 quincenas.

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.035}{2} \rightarrow i = 0.0175 \rightarrow i = 1.75\%\ bimensual$$

d) 5% semestral capitalizable trimestralmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 5% semestral
- m es el periodo de composición, el cual está en términos trimestrales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántos trimestres hay en un semestre? Obteniendo que en 1 semestre hay 2 trimestres.

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.05}{2} \rightarrow i = 0.025 \rightarrow i = 2.5\%\ trimestral$$

e) 18.75% capitalizable trimestralmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 18.75% anual
- m es el periodo de composición, el cual está en términos trimestrales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántos trimestres hay un año? Obteniendo que en 1 año hay 4 trimestres.

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.1875}{4} \rightarrow i = 0.046875 \rightarrow i = 4.6875\%\ trimestral$$

f) 7.31% anual capitalizable anualmente

Donde:

- r es la tasa de interés nominal reflejada al 7.31% anual
- m es el periodo de composición, el cual está en términos anuales, para lo cual hay que preguntarse ¿cuántos años hay en un año? Obteniendo que el periodo de composición será uno.

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.0731}{1} \rightarrow i = 0.0731 \rightarrow i = 7.31\%\ anual$$

2.2.4. Tasa de interés efectiva

La tasa de interés efectiva es aquella tasa de interés que proporciona una visión más precisa del costo de acceder al financiamiento o del rendimiento que generará una inversión. Esta tasa de interés tiene en cuenta la frecuencia mediante la cual se capitalizan los intereses, se calcula tomando en cuenta la tasa de interés nominal y el periodo de capitalización de los intereses. (Vidaurri Aguirre, 2020)

La tasa de interés efectiva es la tasa de referencia usada para tomar decisiones financieras puesto que, esta tasa de interés sí toma en cuenta la acumulación de los intereses, por lo que, mide el valor real que generará el dinero con el paso del tiempo.

Por ejemplo, cuando se habla de un interés simple, como es un régimen no acumulativo, se puede decir que una tasa de interés del 2% mensual genera una tasa de interés del 24% anual (obtenida multiplicando 12 * 2); sin embargo, cuando se trata de un interés compuesto, el cual se somete bajo un régimen acumulativo, si una tasa de interés se genera al 2% mensual, entonces al abarcar los doce meses del año la tasa de interés no será del 24% anual, sino que será mayor a esta, debido a que los intereses se van reinvirtiendo al capital inicial y, en base a dicha reinversión se calcula el nuevo interés.

La tasa de interés efectiva se denota a través de la letra "i_e", el cual indica que un interés en un periodo específico es el interés efectivo para ese periodo; es decir, es la tasa de interés que, en medida anual (periodo más extenso), es equivalente a una tasa de interés mensual (periodo menos extenso). En otras palabras, la tasa de interés efectiva es aquella tasa que, si se aplica una vez en el periodo extenso de referencia, generará el mismo valor futuro que si se aplica una tasa de interés en un periodo menos extenso m número de veces según el periodo de referencia. (Blank & Tarquin, 2012)

Para lo cual, si se sabe que el $Mf = Co(1 + i_e)$, bajo la cual no se pondrá n debido a que se asume que n será 1 y que corresponde al periodo más extenso; por otro lado, se conoce que $i = \frac{r}{m}$, donde la tasa de interés equivale a un periodo menos extenso; entonces, al aplicar la igualdad entre la tasa efectiva y la tasa nominal, la fórmula se expresa de la siguiente manera:

$$Mf1 = Co(1 + i_e); y\ que, Mf2 = Co(1 + \frac{r}{m})^m$$

Como se conoce que generará el mismo monto futuro, entonces $Mf1 = Mf2$, para lo cual se establece lo siguiente:

$$Co(1 + i_e) = Co(1 + \frac{r}{m})^m \rightarrow \frac{Co(1 + i_e)}{Co} = (1 + \frac{r}{m})^m \rightarrow (1 + i_e) = (1 + \frac{r}{m})^m$$

Por lo tanto, $i_e = (1 + \frac{r}{m})^m - 1$; aplicando el despeje correspondiente, se obtendrá que:

$$r = \left[(1 + i_e)^{\frac{1}{m}} - 1\right] * m$$

Ejemplo 2.2.4.1. Tasa de interés efectiva

a) ¿Cuál es la tasa de interés efectiva que asume una persona por acceder a un préstamo en una institución financiera que se pactó al 18% de interés anual capitalizable trimestralmente?

Donde:

- r = 18%
- m = 4
- $i_e = ?$

$$i_e = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 \rightarrow i_e = (1 + \frac{0.18}{4})^4 - 1 \rightarrow i_e = (1.045)^4 - 1 \rightarrow i_e = 1.1925 - 1$$

$$i_e = 0.1925 * 100\% \rightarrow i_e = 19.25\%$$

El 19.25% es la tasa de interés efectiva que asume una persona por acceder a un préstamo en un banco pactado al 18% de interés anual capitalizable trimestralmente.

b) *¿Cuál es la tasa de interés efectiva de un capital que va produciendo rendimientos al 25% capitalizable semestralmente?*

Donde:

- r = 25%
- m = 2
- $i_e = ?$

$$i_e = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 \rightarrow i_e = (1 + \frac{0.25}{2})^2 - 1 \rightarrow i_e = (1.125)^2 - 1 \rightarrow i_e = 1.2656 - 1$$

$$i_e = 0.2656 * 100\% \rightarrow i_e = 26.56\%$$

El 26.56% es la tasa de interés efectiva que generará de rendimiento un capital pactado al 25% de interés anual capitalizable semestralmente.

c) *Encuentre la tasa nominal capitalizable mensualmente, en donde un préstamo de $40.000 aumentó a los $65.000 en 1 año, luego de aquello, encuentre la tasa efectiva anual*

Donde:

- r = ¿?
- m = 12 meses
- $i_e = ?$
- $Co = \$40.000$
- Mf = $65.000

$$i = \left(\frac{Mf}{C_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \rightarrow i = \left(\frac{65.000}{40.000}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \rightarrow i = (1.625)^{\frac{1}{12}} - 1 \rightarrow i = 1.041 - 1$$

$$i = 0.041 \rightarrow i = 4.128\%$$

El 4.128% es la tasa nominal mensual usada para que un préstamo de $40.000 aumente a los $65.000 en 12 meses; eso quiere decir que al año dicha tasa tiene un valor de 49.55% (4.128% * 12). Por lo que la tasa efectiva será la siguiente:

$$i_e = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 \rightarrow i_e = (1 + \frac{0.495463}{12})^{12} - 1 \rightarrow i_e = (1.04128)^{12} - 1$$

$$i_e = 1.625 - 1 \rightarrow i_e = 0.625 \rightarrow i_e = 62.5\%$$

2.2.5. Tasa de interés anticipada

La tasa de interés anticipada se la denota con la siguiente expresión "i_a", y hace referencia al interés que se cobra en el punto de tiempo 0 en el que se asume una obligación financiera o se espera rendimientos de una inversión; es decir, se cobra de forma inmediata, generando el costo de oportunidad de no tener todo el efectivo al que se espera acceder (en el caso de que sea financiamiento). (Buenaventura, 2003)

La tasa de interés anticipado implica el cálculo de intereses sobre el capital inicial desde el mismo inicio del periodo, incluso si ese capital se desembolsa en un tiempo posterior. Cuando se trata de una tasa de interés anticipada, esta siempre se menciona después de la capitalización de los intereses.

Esto quiere decir que, si un individuo pacta accedes a un capital de $X en el presente, si la tasa de interés es anticipada, entonces tendrá que pagar intereses $X($i_a$) en el mismo tiempo presente, esto significa que él recibirá, en el mismo tiempo presente, un monto inicial de $X - $X($i_a$), o lo que es equivalente a que recibirá $X(1 - i_a), pagando, a la institución financiera en el tiempo restante, el valor de $X.

Entonces, si se sabe que $Mf = Co(1+i)^n$, esto en forma anticipada se puede mostrar, según las siglas usadas en el ejemplo como: $\$X = \$X(1-i_a)(1+i)$, por lo cual, aplicando los despejes correspondientes, se obtiene que la tasa de interés anticipada queda expresada de la siguiente manera $i_a = \frac{i}{1+i}$; donde también se obtiene que $i = \frac{i_a}{1-i_a}$

Si se habla de una tasa de interés nominal, la fórmula entre interés vencido o anticipado no cambia, por lo cual se expresarán igual, la única diferencia es que el periodo de capitalización y generación de intereses debe ser anticipado. Entonces $i_a = \frac{r_a}{m}$

Ejemplo 2.2.5. Defina la frecuencia de capitalización y la tasa de interés anticipada, en las siguientes tasas de interés nominales.

a) 6% bimestral mes anticipado

Donde:

- r = 6%
- m = ¿Cuántos meses hay en un bimestre? Hay dos meses en un bimestre

- $i_a = ?$

$$i_a = \frac{r_a}{m} = \frac{0.06}{2} = 0.03 * 100\% \rightarrow i_a = 3\%$$

b) 24% compuesto trimestral anticipado

Donde:

- r = 24%
- m = ¿Cuántos trimestres hay en un año? Hay cuatro trimestres en un año
- $i_a = ?$

$$i_a = \frac{r_a}{m} = \frac{0.24}{4} = 0.06 * 100\% \rightarrow i_a = 6\%$$

c) 10% semestral capitalizable mensual anticipado

Donde:

- r = 10%
- m = ¿Cuántos meses hay en un semestre? Hay seis meses en un semestre
- $i_a = ?$

$$i_a = \frac{r_a}{m} = \frac{0.10}{6} = 0.01667 * 100\% \rightarrow i_a = 1.667\%$$

d) 27% anual compuesto semestral anticipado

Donde:

- r = 27%
- m = ¿Cuántos semestres hay en un año? Hay dos semestres en un año
- $i_a = ?$

$$i_a = \frac{r_a}{m} = \frac{0.27}{2} = 0.135 * 100\% \rightarrow i_a = 13.5\%$$

e) 15% anual compuesto bimestral anticipado

Donde:

- r = 15%
- m = ¿Cuántos bimestres hay en un año? Hay seis bimestres en un año
- $i_a = ?$

$$i_a = \frac{r_a}{m} = \frac{0.15}{6} = 0.025 * 100\% \rightarrow i_a = 2.5\%$$

2.2.6. Equivalencia entre tasas

La equivalencia entre tasas es relevante porque permite comparar tasas de interés en diferentes escenarios financieros. Es decir, las tasas de interés se ajustan de tal forma que, se puedan comparar entre ellas dependiendo del periodo de capitalización de estas.

Dos tasas de interés son equivalentes cuando arrojan el mismo resultado incluso si operan de forma diferente. Es decir, una tasa de interés puede ser nominal o efectiva, puede capitalizar semestral, trimestral, anual o mensual, y al momento de evaluarlas tendrán el mismo valor.

2.2.6.1. Equivalencia entre tasas vencidas

A continuación, se mostrarán equivalencia entre tasas bajo escenarios de tasas de interés vencidas:

- ***Cuando se quiere buscar el escenario nominal conociendo una tasa nominal***

$$(1 + \frac{r}{m})^m = (1 + \frac{r}{t})^t$$

Bajo este escenario hay que tomar en cuenta que la “r” son tasas de interés nominales vencidas, que se capitalizan bajo la frecuencia que se estipula en m y t; por lo que, $\frac{r}{m}$ y $\frac{r}{t}$ son tasas efectivas en los periodos m y t; tomando en cuenta que, si no se manifiesta lo contrario, m y t se capitalizan anualmente.

Ejemplo:

Hallar una tasa nominal trimestral, equivalente a una tasa del 18% capitalizable semestralmente.

Donde:

- r = 18%; t es igual a 2 porque hay dos semestres en un año
- r = ¿?; donde m es igual a 4, porque hay cuatro trimestres en un año

$$(1+\frac{r}{m})^m = (1+\frac{r}{t})^t \rightarrow (1+\frac{r}{4})^4 = (1+\frac{0.18}{2})^2$$

Para poder encontrar el r, hay que simplificar el exponente a la 4, para lo cual se aplicará raíz de cuatro a ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt[4]{(1+\frac{r}{4})^4} = \sqrt[4]{(1+\frac{0.18}{2})^2} \rightarrow 1+\frac{r}{4} = (1+0.09)^{\frac{2}{4}} \rightarrow \frac{r}{4} = 1.09^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$r = \left(1.09^{\frac{1}{2}} - 1\right) * 4 \rightarrow r = (1.04-1) * 4 \rightarrow r = 0.044 * 4 \rightarrow r = 0.176 \rightarrow r = 17.6\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario nominal conociendo una tasa efectiva***

$$(1+\frac{r}{m})^m = (1+i_e)^t$$

Encontrar una tasa compuesta bimestralmente, equivalente al 3% efectivo mensual:

Donde:

- i_e = 3%; efectivo mensual; recordando que al año hay doce meses, por lo que t será 12
- r = ¿?; donde m es igual a 6, porque hay seis semestres en un año

$$(1+\frac{r}{m})^m = (1+i_e)^t \rightarrow (1+\frac{r}{6})^6 = (1+0.03)^{12}$$

Para poder encontrar el r, hay que simplificar el exponente a la 6, para lo cual se aplicará raíz de seis a ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt[6]{(1+\frac{r}{6})^6} = \sqrt[6]{(1.03)^{12}} \rightarrow 1+\frac{r}{6} = 1.03^{\frac{12}{6}} \rightarrow \frac{r}{6} = 1.03^2 - 1 \rightarrow r = (1.03^2-1) * 6$$

$$r = 0.3654 \rightarrow r = 36.54\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario efectivo conociendo la tasa efectiva***

$$(1+i_e)^m = (1+i_e)^t$$

Buscar la tasa efectiva mensual que es equivalente al 11.5% trimestral

Donde:

- i_e = 11.5%; efectivo trimestral; recordando que al año hay 4 trimestres, por lo que t será 4
- i_e= ¿?; donde m es igual a 12, porque hay doce meses en un año

$$(1+i_e)^m = (1+i_e)^t \rightarrow (1+i_e)^{12} = (1+0.115)^4$$

Para poder encontrar la i_e, hay que simplificar el exponente a la 12, para lo cual se aplicará raíz de doce a ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt[12]{(1+i_e)^{12}} = \sqrt[12]{1.115^4} \rightarrow 1+i_e = 1.115^{\frac{4}{12}} \rightarrow i_e = 1.115^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$i_e = 0.0369 \rightarrow i_e = 3.695\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario efectivo conociendo la tasa efectiva***

$$(1+i_e)^m = (1+\frac{r}{t})^t$$

Buscar la tasa efectiva semestral que es equivalente a una tasa nominal del 12% capitalizable bimestralmente.

Donde:

- r = 0.12% capitalizable bimestralmente; recordando que al año hay 6 bimestres, por lo que t será 6
- i_e= ¿?; donde m es igual a 2, porque hay dos semestres en un año

$$(1+i_e)^m = (1+\frac{r}{t})^t \rightarrow (1+i_e)^2 = (1+\frac{0.12}{6})^6$$

Para poder encontrar la i_e, hay que simplificar el exponente a la 12, para lo cual se aplicará raíz de doce a ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt[2]{(1+i_e)^2} = \sqrt[2]{(1+0.02)^6} \rightarrow 1+i_e = (1+0.02)^{\frac{6}{2}} \rightarrow i_e = 1.02^3 - 1$$

$$i_e = 0.0612 \rightarrow i_e = 6.12\%$$

2.2.6.2. Equivalencia entre tasas anticipadas

A continuación, se mostrarán equivalencia entre tasas bajo escenarios de tasas de interés anticipadas:

- ***Cuando se quiere buscar el escenario nominal anticipado conociendo una tasa nominal anticipada***

$$(1 - \frac{r_a}{m})^{-m} = (1 - \frac{r_a}{t})^{-t}$$

Encontrar la tasa nominal trimestral anticipada que es equivalente a una tasa de interés nominal del 17.5% capitalizable semestral anticipada.

Donde:

- r_a = 0.175% capitalizable semestral anticipada; recordando que al año hay 2 semestres, por lo que t será 2
- r_a= ¿?; donde m es igual a 4, porque hay cuatro trimestres en un año

$$(1 - \frac{r_a}{m})^{-m} = (1 - \frac{r_a}{t})^{-t} \rightarrow (1 - \frac{r_a}{4})^{-4} = (1 - \frac{0.175}{2})^{-2}$$

Para poder encontrar la r_a, hay que simplificar el exponente a la -4, para lo cual se procederá a dividir dicho exponente para -4; así logramos que el exponente quede positivo:

$$(1 - \frac{r_a}{4})^{\frac{-4}{-4}} = (1 - \frac{0.175}{2})^{\frac{-2}{-4}} \rightarrow \left(1 - \frac{r_a}{4}\right) = (1 - 0.0875)^{\frac{1}{2}} \rightarrow -\frac{r_a}{4} = 0.9125^{0.5} - 1$$

$$-\frac{r_a}{4} = 0.9552 - 1 \rightarrow r_a = -0.04475 * -4 \rightarrow r_a = 0.179 \rightarrow r_a = 17.90\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario nominal anticipado conociendo una tasa de interés periódica anticipada***

$$(1 - \frac{r_a}{m})^{-m} = (1 - i_a)^{-t}$$

Encontrar la tasa nominal capitalizable semestral anticipada equivalente a una tasa periódica del 3% mensual anticipada.

Donde:

- i_a = 3% mensual anticipada; recordando que al año hay 12 meses, por lo que t será 12
- r_a= ¿?; donde m es igual a 2, porque hay dos semestres en un año

$$(1-\frac{r_a}{m})^{-m}=(1-i_a)^{-t}\rightarrow(1-\frac{r_a}{2})^{-2}=(1-0.03)^{-12}$$

Para poder encontrar la r_a, hay que simplificar el exponente a la -2, para lo cual se procederá a dividir dicho exponente para -2; así logramos que el exponente quede positivo:

$$(1-\frac{r_a}{2})^{\frac{-2}{-2}}=(0.97)^{\frac{-12}{-2}}\rightarrow 1-\frac{r_a}{2}=0.97^6\rightarrow-\frac{r_a}{2}=0.97^6-1\rightarrow r_a=(0.97^6-1)*-2$$

$$r_a=0.3341\rightarrow r_a=33.41\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario periódico anticipado conociendo una tasa periódica anticipada***

$$(1-i_a)^{-m}=(1-i_a)^{-t}$$

Encontrar la tasa trimestral anticipada equivalente a una tasa del 5% bimestral anticipada.

Donde:

- i_a = 5% bimestral anticipada; recordando que al año hay 6 bimestres, por lo que t será 6
- i_a= ¿?; donde m es igual a 4, porque hay cuatro trimestres en un año

$$(1-i_a)^{-m}=(1-i_a)^{-t}\rightarrow(1-i_a)^{-4}=(1-0.05)^{-6}$$

Para poder encontrar la i_a, hay que simplificar el exponente a la -4, para lo cual se procederá a dividir dicho exponente para -4; así logramos que el exponente quede positivo:

$$(1-i_a)^{\frac{-4}{-4}}=(0.95)^{\frac{-6}{-4}}\rightarrow-i_a=0.95^{\frac{3}{2}}-1\rightarrow i_a=\left(0.95^{\frac{3}{2}}-1\right)*-1$$

$$i_a=0.074\rightarrow i_a=7.40\%$$

- ***Cuando se quiere buscar el escenario periódico anticipado conociendo una tasa nominal anticipada***

$$(1 - i_a)^{-m} = (1 - \frac{r_a}{t})^{-t}$$

Buscar una tasa trimestral anticipada equivalente a una tasa del 6.25% capitalizable semestral anticipada.

Donde:

- r_a = 0.0625% semestral anticipada; recordando que al año hay 2 semestres, por lo que t será 2
- i_a= ¿?; donde m es igual a 4, porque hay cuatro trimestres en un año

$$(1 - i_a)^{-m} = (1 - \frac{r_a}{t})^{-t} \rightarrow (1 - i_a)^{-4} = (1 - \frac{0.0625}{2})^{-2}$$

Para poder encontrar la i_a, hay que simplificar el exponente a la -4, para lo cual se procederá a dividir dicho exponente para -4; así logramos que el exponente quede positivo:

$$(1 - i_a)^{\frac{-4}{-4}} = (1 - \frac{0.0625}{2})^{\frac{-2}{-4}} \rightarrow 1 - i_a = (0.96875)^{\frac{1}{2}} \rightarrow -i_a = (0.96875)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$i_a = \left(0.96875^{\frac{1}{2}} - 1\right) * -1 \rightarrow i_a = 0.015749 \rightarrow i_a = 1.5749\%$$

2.2.7. Cálculo del valor futuro, valor presente y del tiempo bajo tipo de interés continuo

Tomando en cuenta la referencia de que el interés compuesto es un interés acumulativo de los intereses y, por ende, a medida que pasa el tiempo su crecimiento es exponencial; sin embargo, eso no significa que este crezca sin límites, hay un tramo donde el interés compuesto crece de forma acelerada, pero si el tiempo tiende al infinito este interés no crecerá infinitamente.

El límite de dicho crecimiento está relacionado con las propiedades exponenciales de Euler, por lo cual, una tasa de interés efectivo continuo se expresará de la siguiente manera:

$$i_e = e^r - 1$$

Donde r, representa la tasa de interés continuo de capitalización en su forma infinitesimal (más pequeña posible) y “e” representa el valor de Euler que tiene un aproximado de 2.718281828459.

2.2.7.1. Cálculo del valor futuro bajo interés continuo

Si se conoce que $Mf = Co(1+i)^n$; sabiendo además que $i_e = e^r - 1$; entonces se puede decir que el monto futuro bajo una tasa de interés continuo quedará expresado de la siguiente manera $Mf = Co(1+(e^r-1))^n$; simplificando se obtendrá la siguiente fórmula:

$$Mf = Co(e)^{rn}$$

Ejemplo:

- Un individuo invierte $20.000 a una tasa de interés del 15%. Calcule el monto futuro después de 5 años sabiendo que este se va a capitalizar continuamente.

Donde:

- Co = $20.000
- r = 15% efectivo anual 0.15
- n = 5 años
- Mf = ¿?

$$Mf = 20.000(e)^{0.15*5} \rightarrow Mf = 20.000(2.117) \rightarrow Mf = 42.340$$

2.2.7.2. Cálculo del valor presente bajo interés continuo

Sabiendo que $Mf = Co(e)^{rn}$, entonces aplicando el debido desplazamiento para que el capital inicial quede solo la fórmula quedaría expresada de la siguiente manera:

$$Co = \frac{Mf}{e^{rn}}$$

Ejemplo:

- Se conoce que una inversión financiera generó un valor futuro de $42.340,00033 en 5 años bajo una tasa de interés del 15% ¿Cuál es el capital inicial que generó dicho rendimiento?

Donde:

- Co = ¿?
- r = 15% efectivo anual 0.15
- n = 5 años
- Mf = $42.340,00033

$$Co = \frac{Mf}{e^{rn}} \rightarrow Co = \frac{42.340,00033}{e^{0.15*5}} \rightarrow Co = \frac{42.340,00033}{2.117} \rightarrow Co = 20.000$$

2.2.7.3. Cálculo del tiempo bajo interés compuesto continuo

Sabiendo que $Mf = Co(e)^{rn}$, entonces aplicando el debido desplazamiento para que el periodo de tiempo quede solo la fórmula quedaría expresada de la siguiente manera:

$$\frac{Mf}{Co} = e^{rn} \rightarrow ln\ ln\ \frac{Mf}{Co} = rn\ ln\ ln\ e$$

Se sabe que el logaritmo natural de Euler es igual a 1, por lo que, la fórmula al final quedaría expresada de la siguiente manera:

$$ln\ ln\ \frac{Mf}{Co} = rn \rightarrow n = \frac{ln\ ln\ \frac{Mf}{Co}}{r}$$

Ejemplo:

- Se conoce que una inversión financiera de $20.000 generó un valor futuro de $42.340,00033 en 5 años ¿Cuál es el periodo de tiempo de dicha inversión bajo un interés compuesto continuo que generó dicho rendimiento?

Donde:

- Co = $20.000
- r = 0.15
- n = ¿?

- Mf = $42.340,00033

$$n = \frac{ln\ ln\ \frac{Mf}{Co}}{r} \rightarrow n = \frac{ln\ ln\ \frac{42.340}{20000}}{0.15} \rightarrow n = \frac{0.7499}{0.15} \rightarrow n = 5$$

2.2.8. Tasa de cambio y la inflación

2.2.8.1. Tasa de cambio

La tasa de cambio constituye un principio esencial en la economía al evidenciar la relación de valor entre una moneda y otra. Este indicador desempeña una función vital en aspectos como el comercio internacional, la política monetaria y la estabilidad económica de los países. (Herrera, Huamán, & Mendoza, 2003)

Las economías tienen monedas las cuales usas para realizar cualquier tipo de intercambio comercial, a lo largo de la materia ya se ha explicado el concepto del dinero y su valor a través del tiempo, ese valor que va a tener el dinero va a depender de varios factores, uno de ellos es el contexto económico nacional. Las monedas de las economías sustentan su valor a través de divisas (patrón de cambio que por lo general es el dólar, en su momento fue el oro), la tasa de cambio es precisamente aquella relación entre el valor de una moneda respecto a su divisa.

Una vez entendido aquello, se indica que las monedas de las economías se pueden devaluar (depreciar) o revaluar (apreciar), estos términos económicos quieren decir los siguiente: cuando una moneda está devaluada indica que ha perdido valor y es más débil que la divisa, es decir, que ahora se necesita más unidades monetarias para obtener una divisa; por otro lado, se dice que una moneda está revaluada cuando está ha ganado valor y su fuerza ha incrementado respecto a la divisa, es decir, ahora se necesitan menos unidades monetarias para obtener una divisa.

Existen varias teorías que desarrollan el concepto de las tasas de cambio, uno de ellos es la teoría de la paridad del poder adquisitivo, en esta se estipula que a medida que pasa el tiempo las tasas de cambio deberían mostrar en los niveles de precios de las economías. (Salcedo Muñoz, 2020)

Otro de los aportes teóricos que involucra las tasas de cambio es la teoría de la paridad de los intereses, en el que se indica que la diferencia existente entre las tasas de interés de los países termina afectando las tasas de cambio; esto quiere decir que, en un país con una

tasa de interés alta la moneda debería apreciarse, dado que, al tener una tasa de interés alta atraerá mayores inversiones porque generará mayores rendimientos.

Otros de los aportes teóricos son los otorgados por Robert Mundell y Marcus Fleming, quienes a través del modelo Mundell-Fleming en el que se indica que los regímenes cambiarios y las políticas monetarias y fiscales afectan las tasas de cambio de las economías (Larraín & Sachs, 2002).

2.2.8.2. Inflación

La inflación consiste en el incremento constante y generalizado de los precios de bienes y servicios en una economía, ha sido un fenómeno persistente a lo largo de la historia económica. La comprensión y la adecuada gestión de este fenómeno es fundamental tanto para los encargados de la política económica (sector público) como para los inversores y los ciudadanos en general (sector privado). (Erráez, 2005)

La inflación se genera cuando existe desequilibrio entre la oferta y la demanda agregada de una economía, esta puede generarse por varios factores económicos, por ejemplo, cuando se financia el déficit fiscal de una economía a través de la impresión de billetes, esto quiere decir que, aumentar las unidades monetarias, sin que esta haya sido generada por un aumento de la producción nacional, solamente para financiar los gastos públicos termina generando procesos inflacionarios en la economía (Marínez Ortíz, Ramírez Gómez, & Zarta).

Entre los aportes teóricos acerca de la inflación se destaca la Teoría Cuantitativa del Dinero, contribuida por David Hume y John Stuart Mill, en el que se indica que la inflación (la subida de los precios de los bienes y servicios que produce una economía) está directamente relacionada con el crecimiento de la oferta monetaria; es decir, que un aumento de la cantidad de dinero en la economía genera un incremento en los precios de los bienes y servicios de la economía. (Riera & Blasco, 2016)

Dentro de este enfoque también se resaltan las teorías keynesianas, como la teoría de la demanda agregada, en la que se estipula que un excedente en la demanda agregada de una economía genera inflación; es decir, si la demanda agregada de una economía supera a su capacidad productiva podría generar que los precios aumenten. Los gobiernos utilizan sus políticas instrumentales (fiscales y monetarias) para controlar dicha situación.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Tasas de interés y equivalencia entre tasas.

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención Redacte una definición propia en base a lo investigado de las siguientes palabras: Las tasas de interés, el interés efectivo, nominal y periódico, la equivalencia entre tasas, el interés continuo y la incidencia de las tasas de cambio y de la tasa de inflación en las matemáticas financieras.

- ✓ ¿Qué es la tasa de interés?
- ✓ ¿Por qué en el interés compuesto se debe obtener una tasa de interés efectiva?
- ✓ ¿Cómo se determina una tasa efectiva a través de una tasa nominal?
- ✓ ¿Qué significa la equivalencia entre tasas?
- ✓ ¿Por qué se dice que, pese a que el interés compuesto crece aceleradamente, este crecimiento no es infinito?
- ✓ ¿Cómo influye la tasa de inflación y la tasa de cambio en la toma de decisiones financieras que involucran al dinero?

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA INVESTIGATIVA

Tema: Elaboración de Ensayo sobre **¿Cómo se determinan las tasas de interés y cuál es el rol del Estado?**

- ✓ Implica una serie de pasos específicos que debes seguir para lograr un ensayo completo y bien estructurado, el cual debe tener una extensión de, por lo menos, 1000 palabras.
- ✓ En base a la información obtenida exponer tu criterio respecto a la intervención del estado y su influencia en la tasa de interés a través de la política monetaria.

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.

4. Realiza el Test de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.

- Revisa que tu conexión a internet sea estable.

- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

III. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 3

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Anualidades					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Fundamento teórico de las anualidades					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Ejercicios prácticos de anualidades					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Profesional					
1.6.	Unidad	3					
1.7.	Total, Horas Unidad	25,5					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	6	APE	4,5

Resultado de Aprendizaje

El estudiante será capaz de entender cómo se distribuye el capital, los pagos mensuales a realizar y los intereses en cada pago, de esta manera podrá tomar decisiones financieras sobre los préstamos que realice.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse.

El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa.

DESARROLLO

Unidad 3: Anualidades

Tema 1: Fundamento teórico de las anualidades

Objetivo: Proporcionar a los estudiantes una comprensión sólida de los fundamentos teóricos de las anualidades.

- Flujo de Efectivo
- Conceptualización de anualidades
- Renta y periodo de renta
- Requisitos para que exista una anualidad
- Representación gráfica de la anualidad
- Importancia de las anualidades
- Clasificación de las anualidades

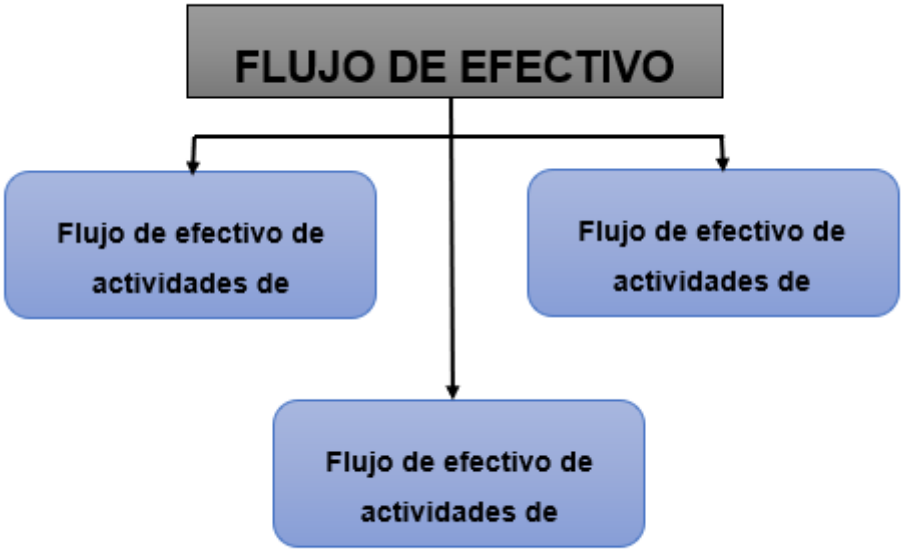
3.1.1. Flujo de efectivo

El flujo de caja es una herramienta financiera que otorga información detallada de la entrada y salida de efectivo de la empresa de acuerdo a las actividades financieras que se estén realizando durante un periodo de tiempo determinado. Realizar el análisis del flujo de caja es primordial para que la empresa evalúe su salud financiera y, a su vez, tenga información sobre su liquidez y su capacidad para hacer frente a las obligaciones financieras que haya contraído. (Meza Orozco, 2011)

Su importancia se centra en el control de los saldos de entrada y salida de efectivo, ya que esta información le permite tomar decisiones informadas sobre el dinero con el que dispone la empresa, el funcionamiento de las actividades, su estructura de financiamiento y el flujo que generan las inversiones que se realizan.

Como se ha venido explicando, lo que muestra el flujo de efectivo es el ingreso o salida de efectivo generado por realizar determinada actividad financiera. Por ejemplo, si se realiza un préstamo, significa que al principio va ingresar dinero, pero este dinero irá saliendo de la compañía a medida que pase el tiempo y se paguen los intereses y el capital prestado; por otro lado, cuando se realiza una inversión (que podría ser la adquisición de algún activo que genere rendimientos futuros), significa que al principio va a salir dinero el cual se destinará al proyecto de inversión, una vez terminada la inversión, este irá generando retornos, estos retornos significan ingreso de efectivo. (Flórez Uribe, 2011)

A continuación, se mostrarán las distintas actividades que conforman el flujo de efectivo:



La figura 1, nos muestra los tipos de actividades según la cual se puede clasificar al flujo de efectivo, tal cual se realizan en el estado de flujo de efectivo, estas son las actividades de operación, actividades de financiamiento y las actividades de operación.

Las actividades de operación representan los flujos de efectivo que se generan por las actividades principales que realiza la empresa dentro del mercado para comercializar los bienes y/o servicios que oferte; por otro lado las actividades de financiamiento se refieren a los flujos de efectivo generados por las fuentes de financiamiento a las que accede la empresa; mientras que las actividades de inversión se refiere a aquel flujo de efectivo generado, sobre todo, por la compra y venta de activos fijos. (Apraiz Larragán, 2003)

Las actividades de inversión y de financiamiento, se establecen en periodos de tiempo, en base a la cual estos van generando rendimientos, dado que, el dinero genera valor. Esto quiere decir, por ejemplo, que cuando se accede a un financiamiento se recibe un capital, el cual se tendrá que devolver en su totalidad sumados los intereses que vayan generando; por otro lado, cuando se ejecuta una inversión se espera, con el paso del tiempo, cubrir el valor de esa inversión sumado los valores adicionales que esta genera, dicho rendimiento se produce por una tasa de descuento. El cálculo de ambos rendimientos suele sujetarse, al régimen de capitalización acumulativa, es decir, al interés compuesto, puesto que esta toma en cuenta el poder adquisitivo a medida que transcurre el tiempo.

3.1.2. Conceptualización de anualidades

El mercado financiero, se caracteriza por ser espacios físicos o virtuales donde se realizan intercambio de instrumentos financieros, por lo general, se realizan actividades financieras en la cual se generan salidas y entradas de efectivos dependiendo de la naturaleza de la actividad. Este flujo de efectivo se realiza en un periodo de tiempo determinado y se paga en cuotas que suelen ser uniformes, el rendimiento que generan los flujos de efectivo se estima a través de las tasas de interés y al periodo pactado en el que se desarrollará la actividad; de esta forma, se podrá conocer el monto futuro de una determinada actividad según su tasa de interés y el periodo de duración y de pagos del mismo. (Ramón Pintado, Lozano Gutiérrez, & Ramón Llorens, 2015)

Por tanto, la anualidad se define como una serie de entrada y salidas de efectivo que suelen ser constantes en un periodo de tiempo establecido, que no son estrictamente anuales, sino que pueden ser mensuales, trimestrales, semestrales, etc. Las anualidades se denotan con la letra “A” y corresponde a un sistema de amortización que brinda información de los pagos que generará una determinada operación financiera de crédito. (Aguirre, 2012)

De esta forma los individuos que acceden a fuentes de financiamiento tienen información financiera respecto a la vigencia y los pagos del préstamo, lo cual, a su vez, le permite realizar abonos extraordinarios (si su nivel de liquidez se lo permite) para disminuir el pago periódico que genera la anualidad, lo que también permite alivianar el flujo de caja, ya que los pagos a realizar en el futuro disminuyeron.

Una anualidad también representa una equivalencia de valor entre su valor presente y los pagos periódicos uniformes en el futuro, los cuales se someten a una tasa de interés. Cabe destacar que una anualidad se puede realizar a través de una serie de pagos o a través de un pago único y, asimismo, esta se puede desembolsar a través de una serie de pagos según la periodicidad del tiempo o a través de un pago único. (Rodríguez Jiménez & Rodríguez Franco, 2015)

De igual modo es importante destacar que se suelen dar escenarios donde se busca refinanciar la deuda, en las cuales se puede aprovechar de una tasa de interés más pequeña o se puede aprovechar de la tasa de devaluación de otra moneda; la segunda se aplica cuando se cambia la deuda en una moneda por otra deuda con otra moneda (donde esta está devaluada), en este sentido la tasa de devaluación es favorable para el deudor porque esa moneda tiene menor poder adquisitivo que la divisa (dado que la moneda de la nueva deuda contraída está devaluada).

A continuación, se mostrarán los elementos con los que cuenta una anualidad:

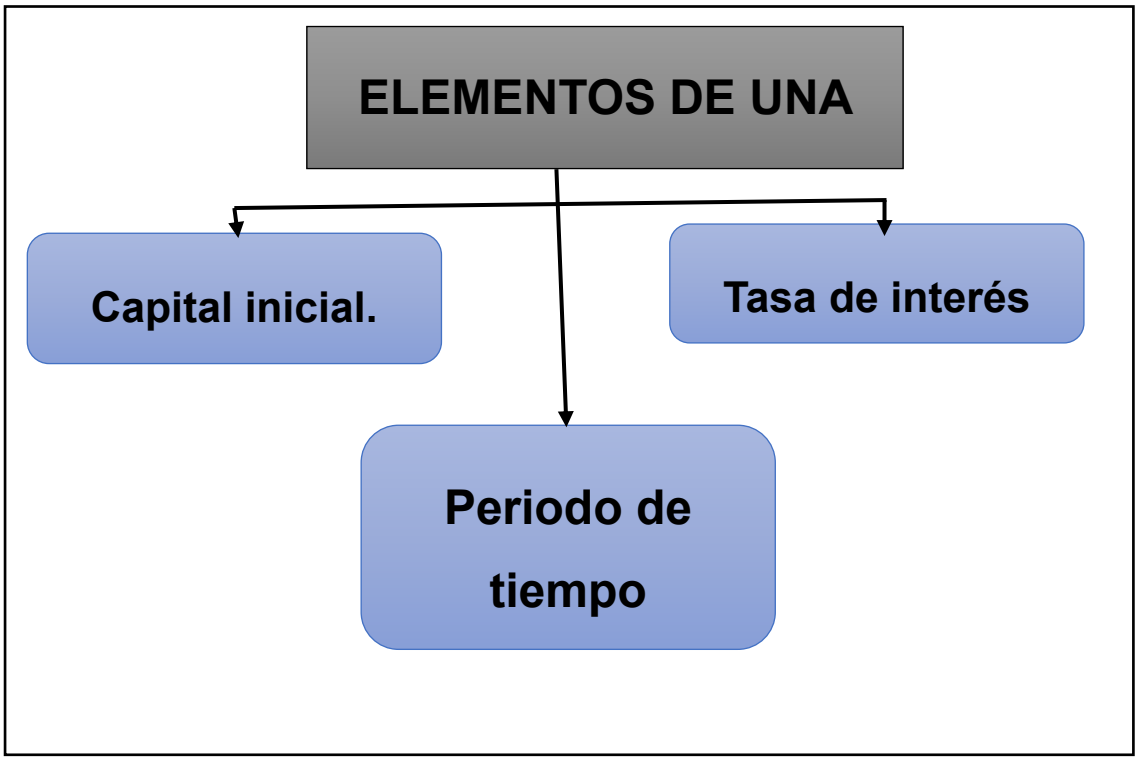


Figura 2. *Elementos de una Anualidad.*

La renta es una operación financiera que hace referencia a pagos periódicos y sucesivos que se realizan o se generan de acuerdo al vencimiento de los mismos; es decir, la renta es una distribución de capitales que se van generando según la operación financiera el tiempo establecido de duración de la misma. A esta renta también se la suele denominar como cuota o depósito. (Rivera Salcedo, 2010)

Estas cuotas, pagos, depósitos o rentas miden el flujo de efectivo generado periódicamente de acuerdo al tiempo estipulado, el cual puede ser mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual, etc.

Por otro lado, el periodo de renta se refiere a los tiempos establecidos mediante el cual se realizarán las entradas y salidas de efectivo en una anualidad; es importante destacar que no es lo mismo hablar del periodo de renta que de la duración global de la actividad financiera que se realiza.

El plazo en la anualidad se refiere a la duración general de la actividad financiera y, en base a este plazo se determinan las entradas y salidas de efectivo periódicos. Por ejemplo, si se conoce que una anualidad dura aproximadamente 10 años y, en base a este, se sabe que las entradas y salidas de efectivo se generan de forma semestral, entonces, identificamos al

plazo de la renta con una duración de 10 años; mientras que el periodo de renta se realizará semestralmente, esto quiere decir que se registrarán 20 entradas y salidas de efectivo de forma periódica hasta el vencimiento de la anualidad.

La renta, el periodo de renta y el plazo son concepto relacionados a la generación de la anualidad. En el que se puede identificar a la renta como el valor que se desembolsa o se recibe en un periodo de tiempo determinado; el periodo de renta se refiere a la periodicidad con la cual se generan las entradas y salidas de efectivo de la anualidad; y, el plazo es la duración total de la actividad u operación financiera.

Por ejemplo, si se conoce que una anualidad genera $3500 de pagos trimestrales durante 5 años; entonces, se identifica que $3500 es la renta que se paga periódicamente, la duración de la anualidad es de 5 años, y la frecuencia de pago se realiza de forma trimestral, lo cual indica que se habrán 20 periodos de renta o 20 veces se pagará el valor de la renta.

3.1.4. Requisitos para que exista una anualidad

Se habla de una anualidad cuando, generalmente, cumple con los siguientes requisitos:

- Los flujos de efectivo deben ser constantes a lo largo del periodo, esto involucra la frecuencia de pago y la igualdad de montos. Esto quiere decir que, si los pagos son trimestrales al principio, deben serlo en todo el periodo y, además, cada pago periódico debe ser, generalmente, el mismo monto.
- El requisito fundamental de una anualidad es que esta herramienta financiera implica salidas y entradas de efectivo periódicas dependiendo de lo establecido en el acuerdo contraído.
- Las anualidades, por lo general, implica que, si entradas y salidas de efectivos que se produzcan se generan al inicio o al final del periodo, esto significa que dicha especificación de cuando se genera el flujo de efectivo debe mantenerse durante el plazo de la anualidad.
- La anualidad debe tener un valor actual y un valor futuro equivalente; es decir que, en base a la misma tasa de interés, las entradas y salidas de efectivo son llevados del principio al final del plazo a un valor equivalente.
- El número de veces que se paga, deposito o se genera la anualidad debe estar en correspondencia con el número de periodos de la anualidad.

Los requisitos antes mencionados son relevantes para poder identificar, según la base teórica, cuando se genera una anualidad; sin embargo, es importante destacar que, estos

requisitos son teóricos, en la práctica y en el contexto en el cual se haya desarrollado la operación financiera las condiciones y los términos de la anualidad pueden variar ajustándose a situaciones o circunstancias específicas.

3.1.5. Representación gráfica de la anualidad

Las anualidades que se generan por una determinada operación financiera se representan gráficamente a través del flujo de caja. El flujo de caja permite ilustrar cómo entra y sale dinero de la compañía según la actividad y operación financiera que se realice.

Desde este punto es importante destacar las perspectivas de la operación financieras, o mejor diche, el concepto de la operación financiera. A continuación, se mostrará una gráfica general según el enfoque que se realice de la operación financiera:

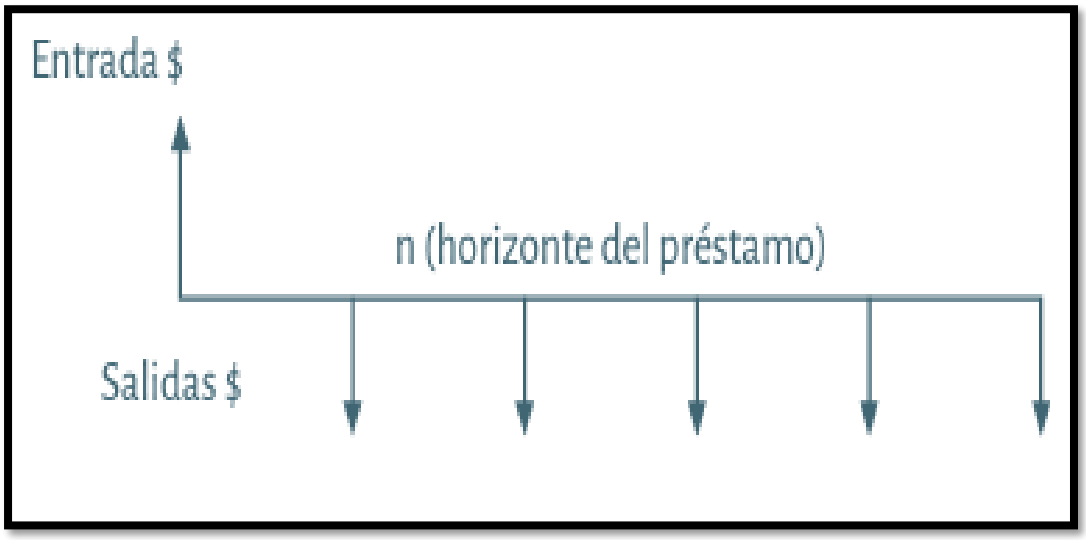


Figura 3. *Flujo de efectivo, enfoque deudor. Tomado de (Fernández Navarrete, 2017)*

La figura 3 muestra, de forma general, una representación gráfica de cómo se registran las entradas y salidas de dinero en una operación financiera cuando se enfoca en base al deudor, es decir, a aquel agente económico que solicita financiamiento y recurre a él endeudándose con instituciones financieras externas.

De forma general, la gráfica del flujo de caja indica que la flechas para arriba significas entradas o ingresos de efectivo, por otro lado, las flechas para abajo significan salidas o egresos de efectivos, estas entradas y salidas de efectivo se generarán de acuerdo al periodo de renta establecido en la operación financiera; la amplitud del flujo de caja corresponde al horizonte de tiempo o al plazo en el cual se estableció la duración de la operación financiera.

Como el enfoque de la operación financiera es en base al deudor, se estipula que el concepto de la operación financiera es un préstamo. Esto significa que, el agente económico en cuestión requiere de financiamiento y por lo tanto se endeuda; por lo que, el valor inicial que recibe el deudor se ilustrará como un ingreso de efectivo (porque más allá de corresponder a la adquisición de un pasivo, este indica que ha ingresado flujo en la caja).

Una vez entregado el capital inicial, el deudor debe pagar ese capital sumados el interés que vaya generando ese capital en el plazo de tiempo definido y según la frecuencia en base a la cual se realizarán los pagos o las cuotas, estos pagos que se vayan realizando hasta que la operación financiera finalice se ilustrarán como una salida de efectivo (porque más allá de que el pasivo vaya disminuyendo, significa que por disminuir ese pasivo, se está desembolsando efectivo).

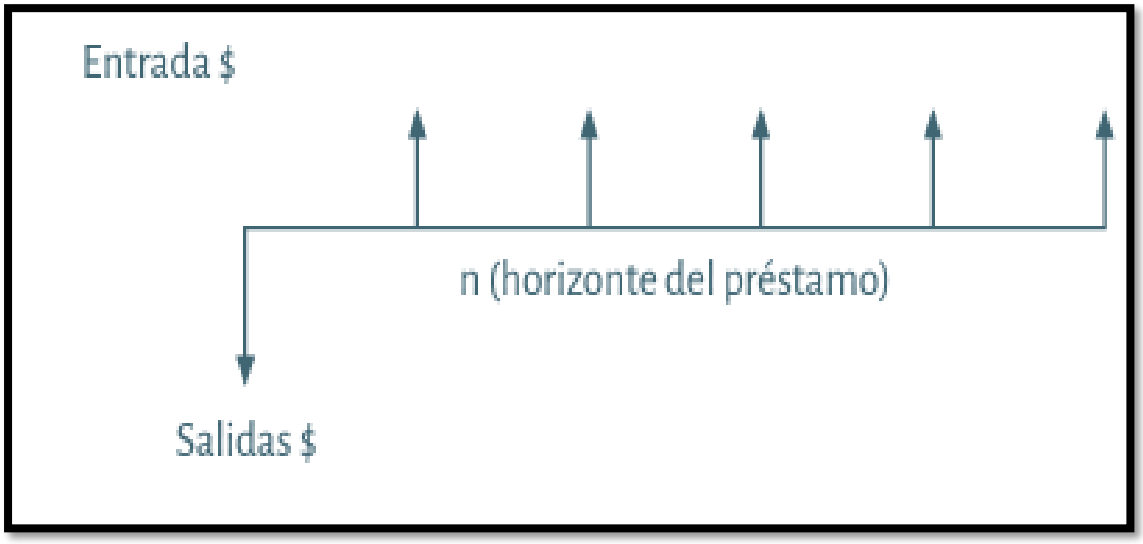


Figura 4. *Flujo de efectivo, enfoque acreedor. Tomado de (Fernández Navarrete, 2017)*

La figura 4 muestra, de forma general, una representación gráfica de cómo se registran las entradas y salidas de dinero en una operación financiera cuando se enfoca en base al prestamista, es decir, a aquel agente económico que otorga financiamiento a otro agente económico.

Como el enfoque de la operación financiera es en base al acreedor, se estipula que el concepto de la operación financiera es otorgamiento de préstamo a otro agente. Esto significa que, el agente económico en cuestión cuenta con liquidez (efectivo) y, por lo tanto, tiene la capacidad de cumplir la función de prestamista; por ende, el valor inicial que otorga el acreedor se ilustrará como una salida de efectivo (porque más allá de que en el concepto,

esta operación financiera genere un beneficio futuro, en el momento en el que se desembolsa, este indica que ha salido flujo en la caja).

Una vez entregado el capital inicial, el acreedor va a recibir, de parte del agente económico al cual le prestó dinero, el capital desembolsado sumado el rendimiento que vaya generando ese capital (por medio de la tasa de interés) en el plazo de tiempo definido y según la frecuencia en base a la cual se realizarán los retornos correspondientes, estos pagos que se vaya realizando el deudor hasta que la operación financiera finalice se ilustrarán, para el acreedor, como una entrada de efectivo.

3.1.6. Importancia de las anualidades

La anualidad como herramienta financiera es relevante porque permite tener en claro la entrada y salida de dinero que se generarán por una determinada operación financiera. Entre su importancia de destaca que permite realizar una amortización de una deuda en abonos, este proceso se refiere a una devolución de una obligación financiera adquirida, a través de pagos periódicos durante el plazo de la deuda. (Díaz Mata, 1987)

Los abonos de una amortización se realizan en base al capital del capital que se prestó y, en base al interés que genere dicho capital; en este último se especifica la deducción de los intereses en base al capital obtenido y, la proporción de pago de dichos intereses, por lo general, suelen ser mayores en los primeros pagos y van disminuyendo a medida a medida que pasa el tiempo y que el saldo pendiente de la deuda se reduce.

Las anualidades a la vez permiten constituir el fondo de amortización o la tabla de amortización, la cual muestra los abonos que se deben realizar entre interés y la amortización del capital, lo cual además permite identificar el saldo pendiente a medida que se van realizando los abonos correspondientes.

Las anualidades otorgan información sobre los ingresos y salidas de efectivo que se desarrollarán por una o varias operaciones financieras, esta información permite realizar una planificación financiera que suponga la obtención de nuevos objetivos a través de la aplicación de distintas estrategias, en donde la empresa toma decisiones en base a la liquidez neta que tendrá en el periodo de análisis, este tipo de información le permite a la empresa conocer su estabilidad financiera, si su saldo neto de caja es positivo o es negativo y cómo se proyecta en un tiempo futuro. (Córdoba Bueno, 2009)

También permite conocer cuál va a ser el crecimiento del capital, sabiendo que ese capital genera rendimientos en base a una tasa de interés, la cual, por lo general, asume un

régimen de capitalización acumulativo. En el caso de que se trate de una deuda, esta herramienta financiera también permite estructurar sus pagos y, además, conocer si es necesario asumir una nueva obligación financiera y si se contará con liquidez para responder a ella. Para finalizar, esta herramienta financiera también permite destinar una parte del efectivo hacia el ahorro.

3.1.7. Clasificación de las anualidades

El tipo o la clasificación de la anualidad se determina de acuerdo al aspecto específico en base a la cual se genere la operación financiera, estas pueden ser según:

- El tiempo, esto quiere decir, hay anualidades de acuerdo a la fecha de inicio y de fin de la operación financiera.
- Los intereses, el cual la divide de acuerdo a la duración de los periodos de capitalización de los intereses.
- El momento de inicio, esto indica que hay anualidades según el momento en el que inicia uniformemente la operación financiera.
- Los pagos, esto quiere decir que hay anualidades de acuerdo al momento en el que realiza el pago dentro del periodo.

A continuación, se mostrarán los tipos de anualidades que hay según el aspecto que se esté analizando:

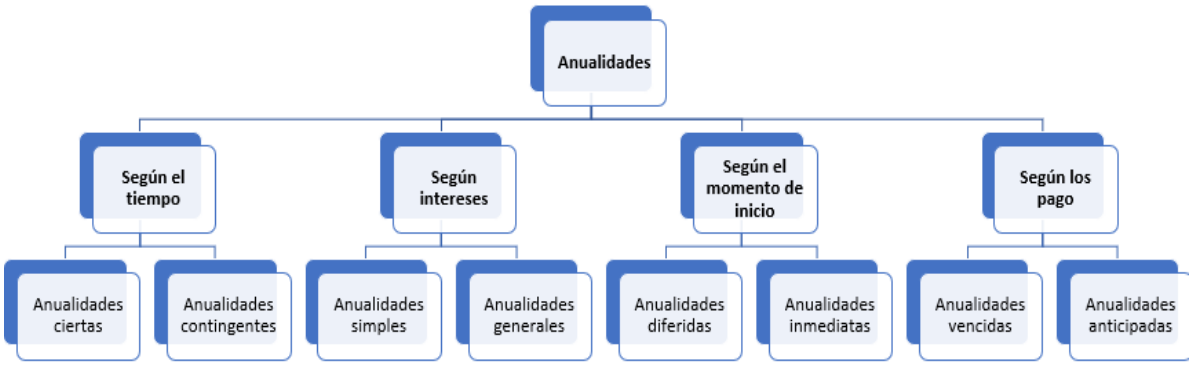


Figura 5. *Clasificación de las anualidades.*

3.1.7.1. Tipos de anualidades según el tiempo

Según el tiempo las anualidades se pueden clasificar en anualidades ciertas y anualidades de contingentes.

Anualidades ciertas

Las anualidades ciertas hacen referencia a aquellas anualidades donde la entrada y salida del dinero empiezan y acaban en periodos definidos; son pagos periódicos que se realizan durante un tiempo que se conoce de antemano, esto quiere decir que, en esta anualidad, la frecuencia de pagos y la duración del pago son conocidas.

Para exista una anualidad cierta, los pagos que se realicen deben ser constantes y no cambiar con el paso del tiempo; debe conocerse con anterioridad la frecuencia con la cual se realizan los pagos; de igual forma se debe conocer el plazo de duración de la anualidad; y, además se debe conocer la fecha de inicio y la fecha de fin de la anualidad.

Por ejemplo, cuando se adquiere en un negocio un bien a crédito, en este se establecen, en el momento que se adquiere el bien, el momento de inicio y de fin de la obligación financiera.

Una variante de este tipo de anualidad son las anualidades perpetuas, en donde las entradas y salidas de efectivo de las anualidades son indefinidas, estas inician en un periodo determinado y su desarrollo, amplitud o plazo es ilimitado.

Anualidades de contingente

Esta anualidad hace referencia, como su propia palabra lo dice, a los contingentes, donde la fecha del primer y del último dependen de algún suceso, el cual se conoce o se sabe que va a ocurrir, pero no se tiene conocimiento de cuándo ocurrirá.

Para que exista una anualidad por contingentes, se debe conocer de algún evento o suceso específico que se sabe se va a generar, pero no se conoce cuándo; las anualidades de contingentes pueden ser variables y dependen de eventos establecidos; la fecha de fin y de inicio puede depender de condiciones específicas y, por tanto, se desconocería, según el caso, de que la anualidad comenzaría cuando ocurra un suceso en particular y finalizar según una determinada condición.

Una anualidad por contingente se genera cuando, por ejemplo, se presentan situaciones como los seguros de vida condicionados a la vida misma del asegurado, el seguro de los vehículos, donde, según los términos y condiciones que aplique la seguradora, los pagos que se realicen se generan de forma periódica para cubrir algún evento que surja, estos pueden ser, en caso de choque o de robo; sin embargo, este último más se relaciona como una póliza de seguro que como una anualidad de contingente.

3.1.7.2. Tipos de anualidades según los intereses

Según el tiempo las anualidades se pueden clasificar en anualidades simples y en anualidades generales.

Anualidades simples

Las anualidades simples hacen referencia a todas aquellas anualidades donde el periodo en el cual se van acumulando los intereses coincide con el periodo de pago que se va a realizar de la anualidad y, por tanto, no hay que realizar ninguna transformación de los mismos.

Por ejemplo, cuando por una determinada operación financiera se deben realizar depósitos periódicos de forma semestral en una cuenta donde los intereses se acumulan de forma semestral.

Anualidades generales

Las anualidades generales hacen referencia a todas aquellas anualidades donde el periodo en el cual se van acumulando los intereses no coincide con el periodo de pago que se va a realizar de la anualidad y, por tanto, hay que realizar ninguna transformación de los mismos.

Por ejemplo, cuando por una determinada operación financiera se deben realizar depósitos periódicos de forma trimestral en una cuenta donde los intereses se acumulan de forma anual.

3.1.7.3. Tipos de anualidades según el momento de iniciación

Según el momento de iniciación las anualidades se pueden clasificar en anualidades diferidas y en anualidades inmediatas.

Anualidades diferidas

Las anualidades diferidas hacen referencia a aquellas anualidades donde el primer pago uniforme se realiza después de iniciada la operación financiera; es decir, los pagos no inician de forma inmediata, sino que en algún momento futuro. Este tipo de anualidades otorgan un periodo de gracia, los cuales pueden ser:

Periodo de gracia muerto: en este subtipo de anualidad, no hay abonos ni pago de intereses, lo que significa que, la operación financiera irá acumulando estos registros hasta

que finalice el periodo de gracia; esto quiere decir que, se determinará el valor de la anualidad una vez inicie el periodo de pago de esta.

Periodo de gracia con cuota reducida: en este subtipo de anualidad, se registran pagos de los intereses, pero no abonos del capital, esto quiere decir que, el valor de la operación financiera no cambiará por concepto de intereses, ya que estos sí han cancelado y, por tanto, el valor inicial de la operación financiera es igual al valor de la misma al finalizar el periodo de gracia y, en base a aquello, se determina la anualidad.

Anualidades inmediatas

Las anualidades inmediatas hacen referencia a todas aquellas anualidades donde el acuerdo de la operación financiera indica el inicio inmediato de los periodos de pagos de la misma, no hay aplazamiento alguno en los flujos de entrada o salida de efectivo.

Estas anualidades se aplican de forma común en casos de jubilación, donde por medio de un desembolso o inversión total, en el caso del ejemplo, puede ser el uso de un fondo de jubilación, el cual proporcionará pagos regulares durante el tiempo en el que dure el fondo.

3.1.7.4. Tipos de anualidades según el pago

Según el pago, las anualidades se pueden clasificar en anualidades vencidas y en anualidades anticipadas.

Anualidades vencidas

Las anualidades vencidas hacen referencia a todas aquellas anualidades donde el pago uniforme de la anualidad se realiza al final de cada periodo. Por lo general, este tipo de anualidad es la más aplicada dentro de ámbito financiero.

Por ejemplo, se consideran anualidades vencidas al sueldo que recibe mensualmente un trabajador, el cual considera los días que tiene el mes y el salario (desembolso de efectivo) se realiza al finalizar el mes; también se pueden considerar ejemplos las cuotas mensuales que se pagan por adquirir a crédito un determinado bien (autos, electrodomésticos, etc.).

Anualidades anticipadas

Las anualidades anticipadas hacen referencia a todas aquellas anualidades donde el pago uniforme de la anualidad se realiza al inicio de cada periodo. Es lo opuesto a la anualidad vencida.

En este tipo de anualidad, se suele considerar como ejemplo, el pago del canon de arrendamiento, en donde los montos mensuales que paga una persona por alquilar un bien inmueble se realizan al inicio de cada periodo.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Anualidades.

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención acerca de la definición, la importancia, los requisitos, los elementos y los tipos de anualidades.

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA INVESTIGATIVA

Ensayo: Anualidades.

Investigue acerca de las anualidades y los tipos de anualidades, haciendo énfasis en las anualidades vencidas, anticipadas, diferidas y perpetuas; además, establezca un ejemplo en el que se calcule el flujo de una anualidad vencida.

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.
4. Realiza el Test de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.
- Revisa que tu conexión a internet sea estable.
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

Tema 2: Ejercicios de anualidades

Objetivo: Plantear y resolver problemas de anualidades vencidas, anticipadas, diferidas y perpetuas.

- Anualidades vencidas
- Anualidades anticipadas
- Anualidades diferidas
- Anualidades perpetuas

3.2.1. Anualidades vencidas

Las anualidades vencidas hacen referencia a aquel pago uniforme que se realiza al finalizar cada periodo. Es el tipo de anualidad más aplicado en las operaciones financieras que realizan las instituciones financieras (Meza Orozco, 2011).

3.2.1.1. Valor actual de una anualidad vencida

El valor actual de una anualidad vencida hace referencia al flujo de caja producido al inicio de la operación financiera; es decir, el que se encuentra en la fecha focal 0 antes de que se genere el primer pago (Flórez Uribe, 2011).

En otras palabras, cuando uno realiza una operación financiera que involucra el valor del dinero en el tiempo, el valor presente es aquel valor que ingresa o sale al inicio del flujo de caja, dependiendo de la operación financieras; por ejemplo, si se trata de una deuda, se habla de un valor obtenido en el momento actual el cual se representa como una entrada de efectivo, que debe ser pagado con el paso del tiempo incluyendo los intereses que este genere, asimismo, si se trata de una inversión, se refiere a aquel valor que se destina a la inversión en el presente el cual es una salida de efectivo, que generará retornos futuros incluyendo el rendimiento financiero al que se haya sometido (Apraiz Larragán, 2003).

A continuación, se mostrará un flujo de caja cuando la operación financiera se trata sobre una deuda adquirida que debe ser cancelada a través de pagos periódicos y uniformes en “n” periodos de tiempo.

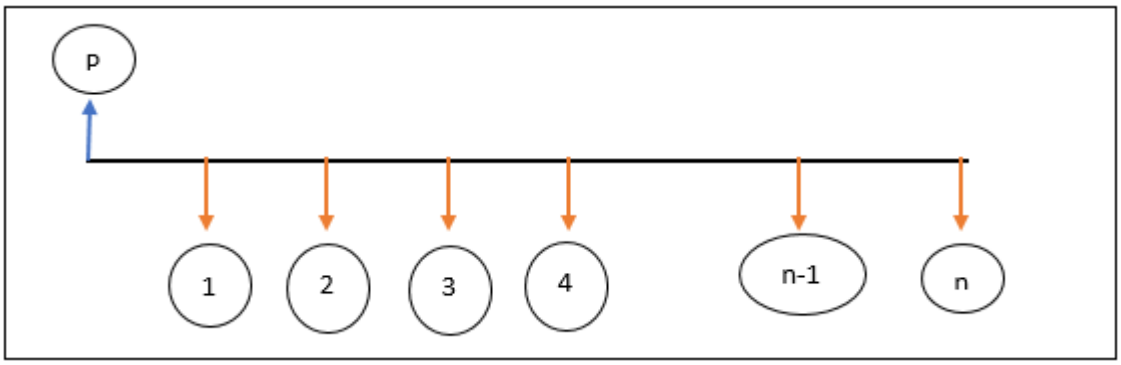


Figura 6. *Flujo de caja de una anualidad en valor presente*

Para poder encontrar el valor presente de una anualidad se aplicará la siguiente fórmula:

$$VA = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

Donde:

- A: representa los pagos, cuotas o desembolsos periódicos que se realizarán en el transcurso de la operación financiera.
- i: representa la tasa de interés, la cual, debe encontrarse expresada de tal forma que, no interfiera con la frecuencia de capitalización de intereses.
- n: representa el número de periodos en el cual se generará la anualidad, en este caso se encuentra como “-n” porque lo que se busca es encontrar el valor presente, eso indica, de forma coloquial, que los valores deben retroceder hasta el punto actual equivalente.

Ejercicio – Valor presente de una anualidad vencida

Un individuo decide comprar un celular a crédito, se le indica que debe realizar doce pagos periódicos uniformes mensuales de $100 bajo una tasa de interés del 2.25% mensual; no obstante, el individuo se pregunta ¿cuánto hubiera costado el celular si este lo hubiera comprado a crédito?

Detalle:

- Anualidad: $100 mensuales
- n: 12 meses
- i: 2.25% mensual
- Valor presente: ¿?

Para encontrar el valor al contado del celular hay que encontrar el valor presente de la anualidad, para lo cual se usará la fórmula:

$$VA = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

$$VA = 100\left(\frac{1-(1+0.0225)^{-12}}{0.0225}\right) \rightarrow VA = 100(10.415) \rightarrow VA = \$1041.48$$

Si el individuo decidía comprar el celular al contado, entonces, el valor de este hubiera si de $1041.48. De esta forma se calcula el valor actual de una anualidad de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=VA(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el pago (también conocido como cuota o la anualidad), valor futuro (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor del pago) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad vencida (que se paga al finalizar el periodo) se denota con el número 0, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

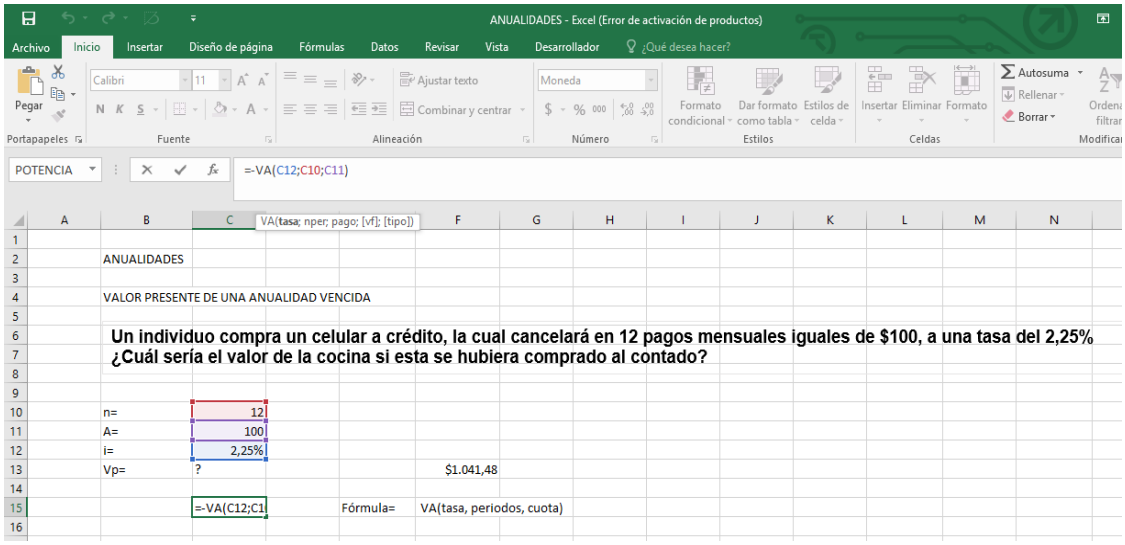


Figura 7. *Cálculo del valor presente de una anualidad vencida a través de Excel. Elaboración propia*

3.2.1.2. Valor de la anualidad vencida a través de su valor actual

Una vez mostrada la fórmula a aplicar para calcular el valor actual de una anualidad, a través de despejes, también se puede conocer el valor de la anualidad conociendo su valor presente; por tanto, la fórmula a usar para identificar el valor de pagos que se deben realizar conociendo el valor presente será el siguiente:

$$VA = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) \rightarrow A = \frac{VA}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)} \rightarrow A = VA\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right)$$

Ejercicio – Valor de la anualidad vencida conociendo su valor presente

Un individuo decide comprar un vehículo financiado a través de instituciones financieras, el vehículo tiene un valor un valor presente de $30.000, el cual cancelará en 5 años bajo una tasa del 2.5% efectivo mensual ¿cuánto corresponde el valor a las cuotas mensuales que desembolsará?

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 5 años → 1 año tiene 12 meses; por tanto, en 5 años hay 60 meses
- i: 2.5% mensual
- Valor presente: $30.000

Para encontrar el valor del pago mensual que debe realizar por comprar el vehículo se tendrá que encontrar el valor de la anualidad, para lo cual se usará la fórmula:

$$A = VA\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right)$$

$$A = 30.000\left(\frac{0.025}{1-(1+0.025)^{-60}}\right) \rightarrow A = 30.000(0.0323) \rightarrow A = \$970.60$$

Comprar un vehículo a crédito que tienen un valor presente de $30.000 durante 5 años, bajo una tasa de interés mensual del 2.5% requiere de desembolsos mensuales de $970.60. De esta forma se calcula el valor de una anualidad conociendo su valor actual de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=pagos(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el valor actual, valor futuro (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor actual) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad vencida (que se paga al finalizar el periodo) se denota con el número 0, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

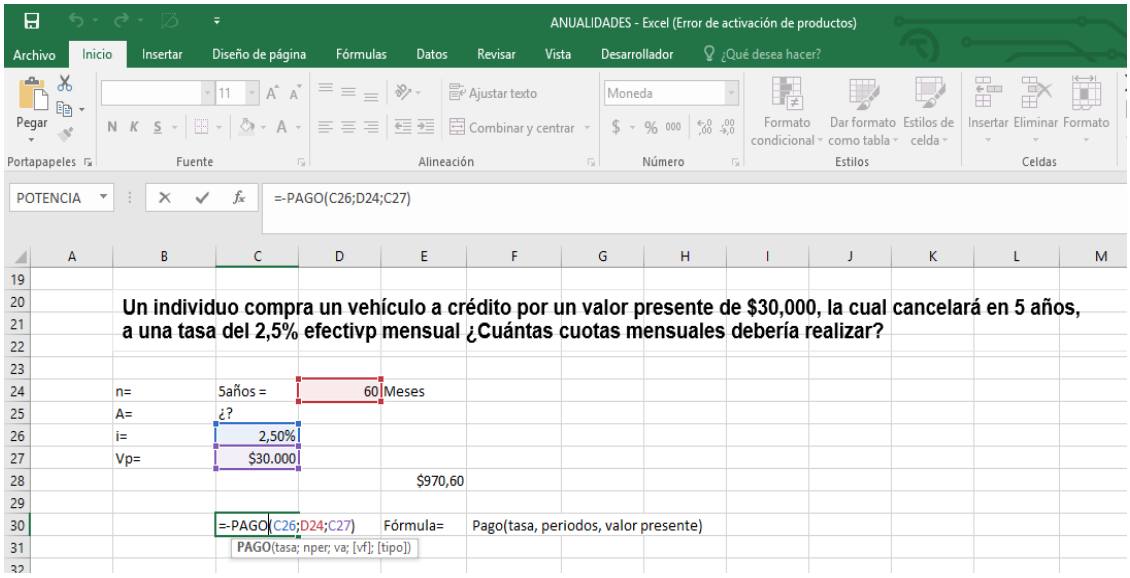


Figura 8. *Valor de una anualidad vencida conociendo su valor presente a través de Excel. Elaboración propia.*

3.2.1.3. Valor futuro de una anualidad vencida

El valor futuro corresponde a aquel valor final del flujo que caja, que representa todos los flujos periódicos y uniformes de la serie; es decir, su valor se obtiene sumando todas las cuotas realizadas (Ramón Pintado, Lozano Gutiérrez, & Ramón Llorens, 2015)

En otras palabras, cuando uno realiza una operación financiera que involucra el valor del dinero en el tiempo, el valor futuro es aquel valor que ingresa o sale al final del flujo de caja, dependiendo de la operación financiera; por ejemplo, si se trata de una deuda, se habla de un valor total que se debe desembolsar al finalizar el periodo el cual se representa como una salida de efectivo, que debe ser pagado con el paso del tiempo incluyendo los intereses que este genere, asimismo, si se trata de una inversión, se refiere a aquel valor que se

obtiene de la inversión en el futuro el cual es una entrada de efectivo, generado por la inversión en el presente el cual se retribuyó a través de retornos futuros incluyendo el rendimiento financiero al que se haya sometido (Aguirre, 2012).

A continuación, se mostrará un flujo de caja cuando la operación financiera se trata sobre una deuda adquirida que debe ser cancelada a través de pagos periódicos y uniformes en "n" periodos de tiempo.

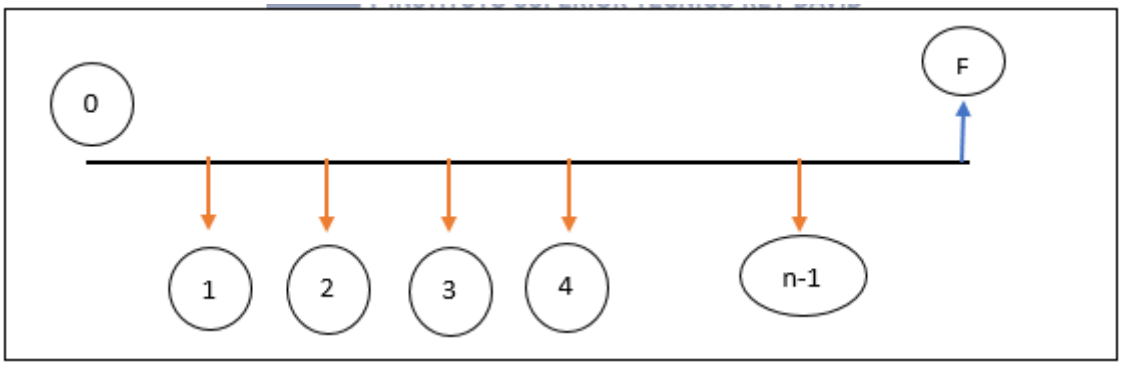


Figura 9. *Flujo de caja de una anualidad en valor futuro*

Para poder encontrar el valor futuro de una anualidad se aplicará la siguiente fórmula:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

Donde:

- A: representa los pagos, cuotas o desembolsos periódicos que se realizarán en el transcurso de la operación financiera.
- i: representa la tasa de interés, la cual, debe encontrarse expresada de tal forma que, no interfiera con la frecuencia de capitalización de intereses.
- n: representa el número de periodos en el cual se generará la anualidad.

Ejercicio – Valor futuro de una anualidad vencida

El esposo de mi hermana desea reunir para que dentro de 10 años le puede pagar una educación superior de calidad a sus hijos; por lo que, decide realizar pagos periódicos anuales de $7000 en una institución financiera que reconoce el 32% capitalizable mensualmente; adicionalmente, también realiza depósitos de $2000 y $1000 en el tercer y séptimo año respectivamente, de los cuales espera tender rendimientos futuros hasta que termine la anualidad baja la misma tasa de interés.

Detalle:

- Anualidad: $7000 anual
- n: 10 años
- i: 32% capitalizable mensualmente
- En el 3er año realiza un depósito de $2000, el cual tendrá un “n” de 7 años bajo la misma tasa de interés de la anualidad
- En el 7° año realiza un depósito de $1000, el cuan tendrá un “n” de 3 bajo la misma tasa de interés de la anualidad

Antes de encontrar el valor futuro de las distintas operaciones financieras que realizó el individuo, hay que encontrar la tasa de interés efectiva, dado que el enunciado nos da información sobre la tasa nominal del 32% capitalizable de forma mensual; como los desembolsos se realizan cada año, hay que encontrar la tasa de interés efectiva equivalente, en caso de existir dudas respecto al cálculo, revisar el Tema 2 de la Unidad II.

La tasa de interés efectiva se encontrará de la siguiente forma:

$$i_e = (1 + \frac{i}{m})^m - 1 \rightarrow i_e = (1 + \frac{0{,}32}{12})^{12} - 1 \rightarrow i_e = 0{,}3714$$

Una vez encontrada la tasa de interés efectiva, se puede proceder a calcular el valor futuro de la anualidad, para lo cual se usará la siguiente fórmula:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$VF = 7000\left(\frac{(1+0.3714)^{10} - 1}{0.3714}\right) \rightarrow VF = 7000(60.665) \rightarrow VF = \$424.656{,}49$$

Ahora, se procederá a calcular los rendimientos futuros generados por los depósitos adicionales que hizo el individuo:

- $VF = VP(1+i)^n \rightarrow VF = 2000(1+0.3714)^7 \rightarrow VF = 2000(9.123) \rightarrow VF = \$18.246{,}48$
- $VF = VP(1+i)^n \rightarrow VF = 1000(1+0.3714)^3 \rightarrow VF = 1000(2.579) \rightarrow VF = \$2.579{,}24$

Una vez obtenidos los valores futuros de las distintas operaciones financieras que realizó el individuo, se procederá a sumarla, de esta forma se obtiene que, pasado los 10 años, el individuo habría logrado acumular $445.482,17 para la educación superior de sus hijos.

Este cálculo se puede obtener con mayor facilidad usando las hojas de cálculo de Excel, usando las funciones correspondientes. En el primer caso, hay que encontrar la tasa de interés efectiva, para esto se procederá a usar la función “=INT.EFECT(” para lo cual se debe tener información respecto a la tasa nominal y la frecuencia de capitalización.

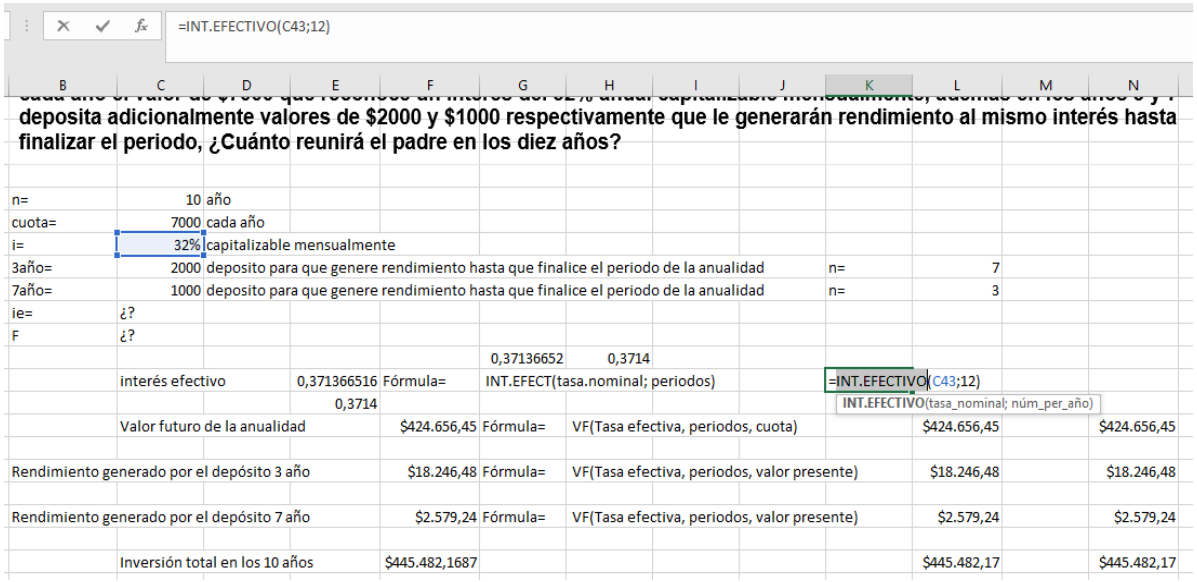


Figura 10. *Cálculo del interés efectivo a través de Excel. Elaboración propia.*

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=VF(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el pago (también conocido como cuota o la anualidad), valor presente (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor del pago) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad vencida (que se paga al finalizar el periodo) se denota con el número 0, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

n=	10	año							
cuota=	7000	cada año							
i=	32%	capitalizable mensualmente							
3año=	2000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	7	
7año=	1000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	3	
ie=	¿?								
F	¿?								
				0,37136652	0,3714				
	interés efectivo	0,371366516	Fórmula=	INT.EFECT(tasa.nominal; periodos)			0,37136652	37,14%	
		0,3714							
	Valor futuro de la anualidad	=-VF(E50;C41;C42)		VF(Tasa efectiva, periodos, cuota)				$424.656,45	$424.656,45
		VF(**tasa**; nper; pago; [va]; [tipo])							
Rendimiento generado por el depósito 3 año		$18.246,48	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$18.246,48	$18.246,48
Rendimiento generado por el depósito 7 año		$2.579,24	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$2.579,24	$2.579,24
	Inversión total en los 10 años	$445.482,1687						$445.482,17	$445.482,17

Figura 11. *Cálculo del valor futuro de una anualidad vencida. Elaboración propia.*

Para obtener el rendimiento futuro generado por los depósitos adicionales que realizó el individuo se utilizará la misma función, la única diferencia es que, en este caso, se pondrá el valor del valor presente y no el de pagos.

n=	10	año							
cuota=	7000	cada año							
i=	32%	capitalizable mensualmente							
3año=	2000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	7	
7año=	1000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	3	
ie=	¿?								
F	¿?								
				0,37136652	0,3714				
	interés efectivo	0,371366516	Fórmula=	INT.EFECT(tasa.nominal; periodos)			0,37136652	37,14%	
		0,3714							
	Valor futuro de la anualidad	$424.656,45	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, cuota)				$424.656,45	$424.656,45
Rendimiento generado por el depósito 3 año		=-VF(E50;L44; ;C44)		VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$18.246,48	$18.246,48
		VF(**tasa**; nper; pago; [va]; [tipo])							
Rendimiento generado por el depósito 7 año		$2.579,24	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$2.579,24	$2.579,24
	Inversión total en los 10 años	$445.482,1687						$445.482,17	$445.482,17

Figura 12. *Cálculo del valor futuro para el primer depósito. Elaboración propia.*

n=	10	año							
cuota=	7000	cada año							
i=	32%	capitalizable mensualmente							
3año=	2000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	7	
7año=	1000	deposito para que genere rendimiento hasta que finalice el periodo de la anualidad					n=	3	
ie=	¿?								
F	¿?								
				0,37136652	0,3714				
	interés efectivo	0,371366516	Fórmula=	INT.EFECT(tasa.nominal; periodos)			0,37136652	37,14%	
		0,3714							
	Valor futuro de la anualidad	$424.656,45	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, cuota)				$424.656,45	$424.656,45
Rendimiento generado por el depósito 3 año		$18.246,48	Fórmula=	VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$18.246,48	$18.246,48
Rendimiento generado por el depósito 7 año		=-VF(E50;L45; ;C45)		VF(Tasa efectiva, periodos, valor presente)				$2.579,24	$2.579,24
		VF(**tasa**; nper; pago; [va]; [tipo])							
	Inversión total en los 10 años	$445.482,1687						$445.482,17	$445.482,17

Figura 13. *Cálculo del valor futuro para el segundo depósito. Elaboración propia.*

De esta forma, realizando la respectiva suma de dichos valores futuros, a través de la función “=SUMA (” se elegirán los valores a sumar, dando como resultado un monto futuro de $445.482,17.

3.2.1.2. Valor de la anualidad vencida a través de su valor futuro

Una vez mostrada la fórmula a aplicar para calcular el valor futuro de una anualidad, a través de despejes, también se puede conocer el valor de la anualidad conociendo su valor futuro; por tanto, la fórmula a usar para identificar el valor de pagos que se deben realizar conociendo el valor futuro será el siguiente:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) \rightarrow A = \frac{VF}{\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)} \rightarrow A = VF\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

Ejercicio – Valor de la anualidad vencida conociendo su valor futuro

Una empresa quiere reponer un activo dentro de 5 años, que en ese momento tendrá un valor de $15,000. Según estudios financieros y de mercado, se estimó que el activo tendrá un valor de $60,000. Por lo que, se decide hacer un fondo para cubrir esa inversión, con una tasa de interés del 25% capitalizable semestralmente ¿Cuánto se debe depositar cada semestre para cubrir dicho costo?

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 5 años → 1 año tiene 2 semestres; por tanto, en 5 años hay 10 semestres
- i: 25% capitalizable semestralmente
- Valor futuro de venta del activo viejo: $15.000
- Valor futuro del nuevo activo: $60.000
- Valor futuro a desembolsar: $60.000 - $15.000 = $45.000

Antes de encontrar el valor de cada pago que debe realizar para ponerlo en el fondo que cubra la inversión, hay que encontrar la tasa de interés, en este caso se encontrará la tasa de interés periódica, dado que el enunciado nos da una tasa de interés nominal capitalizable semestralmente del 25%; como la frecuencia de capitalización de la tasa es la misma que el periodo en el cual se desembolsará, entonces simplemente se divide esa tasa para la frecuencia a través de la cual se va a acumular; por tanto, la tasa de interés que se aplicará será la siguiente:

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.25}{2} \rightarrow i = 0.125$$

Una vez encontrada la tasa de interés a aplicar, se puede proceder a calcular la anualidad una vez conocido el valor futuro de la misma, para lo cual se usará la siguiente fórmula

$$A = VF\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

$$A = 45.000\left(\frac{0.125}{(1+0.125)^{10} - 1}\right) \rightarrow A = 45.000(0{,}0556) \rightarrow A = 2.502{,}98$$

De esta forma se obtiene que, para que este individuo logre, a través de un fondo financiero, obtener el valor futuro de $45.000 bajo una tasa de interés semestral del 12.5% durante 5 años, debe realizar desembolsos semestrales de $2.502,98. De esta forma se calcula el valor de una anualidad conociendo su valor actual de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=pagos(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el valor actual, valor futuro (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor actual) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad vencida (que se paga al finalizar el periodo) se denota con el número 0, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

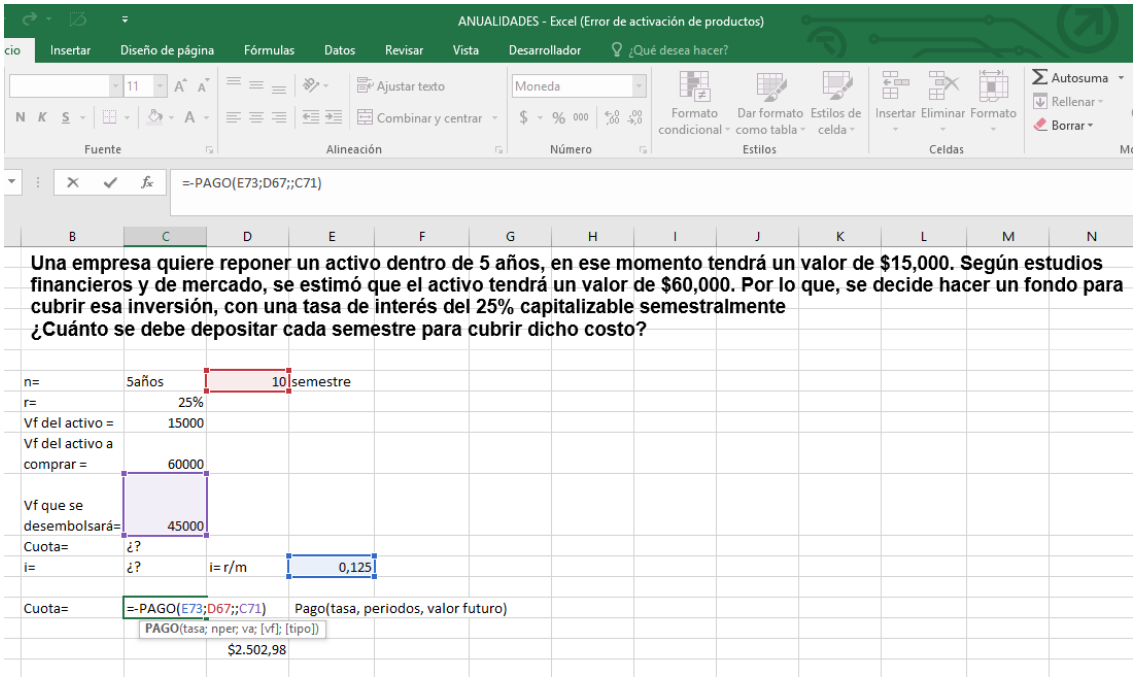


Figura 14. *Calculo de la anualidad vencida conociendo su valor futuro a través de Excel. Elaboración propia.*

De igual forma se indica que a través del despeje correspondiente se puede calcular el tiempo de duración de una anualidad para que genere un determinado valor futuro o presente; no obstante, se indica que para calcular la tasa de interés hay que aplicar el método de la interpolación lineal.

3.2.2. Anualidades anticipadas

Una anualidad anticipada se refiere a aquellos pagos uniformes y periódicos que se realizan al inicio de cada periodo. El ejemplo más usado para hacer referencia a este tipo de anualidad es el canon de arrendamiento, donde se estipula que los pagos de los mismos se deben de realizar al inicio de periodo (Rodríguez Jiménez & Rodríguez Franco, 2015).

3.2.2.1. Valor actual de una anualidad anticipada

A continuación, se mostrará un flujo de caja cuando la operación financiera se trata sobre una deuda adquirida que debe ser cancelada a través de pagos periódicos y uniformes en “n” periodos de tiempo.

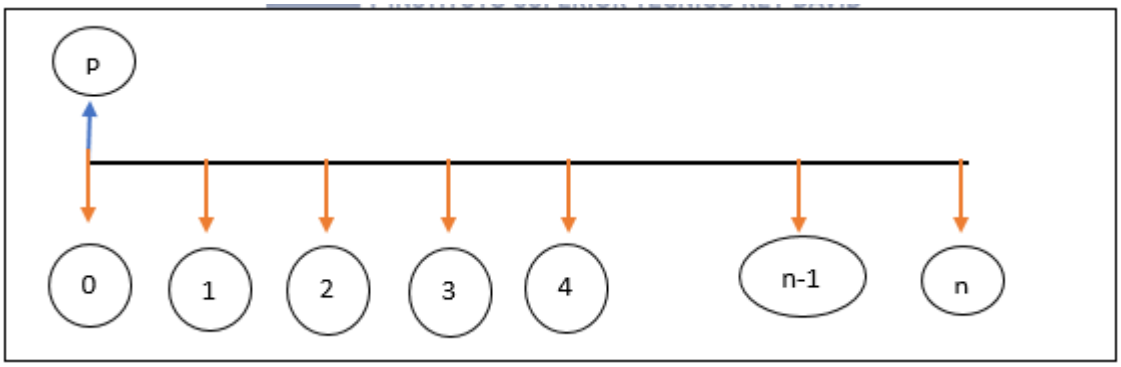


Figura 15. *Flujo de caja de una anualidad anticipada en valor presente*

Para poder encontrar el valor presente de una anualidad anticipada se aplicará la siguiente fórmula:

$$VA = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i)$$

Donde:

- A: representa los pagos, cuotas o desembolsos periódicos que se realizarán en el transcurso de la operación financiera.
- i: representa la tasa de interés, la cual, debe encontrarse expresada de tal forma que, no interfiera con la frecuencia de capitalización de intereses.
- n: representa el número de periodos en el cual se generará la anualidad, en este caso se encuentra como “-n” porque lo que se busca es encontrar el valor presente, eso indica, de forma coloquial, que los valores deben retroceder hasta el punto actual equivalente.

La fórmula es prácticamente parecida al valor actual de una anualidad anticipada, la única diferencia es que el valor de aquella se multiplica para (1+i) lo cual hace referencia al pago anticipado que se realiza de la anualidad, el cual se realiza en el periodo 0 y no en el periodo 1.

Ejercicio – Valor presente de una anualidad anticipada

Un individuo firma un contrato de arrendamiento por un año, en el que los pagos por el alquiler son de $500 mensuales ambas partes acuerdan que se realice un pago al inicio del contrato bajo una tasa mensual de 2,3% ¿Cuánto será el valor de ese único pago al inicio del contrato?

Detalle:

- Anualidad: $500 mensuales
- n: 12 meses
- i: 2.3% mensual
- Valor presente: ¿?

Para encontrar el pago único que debe realizar del arrendamiento por un año del departamento hay que encontrar el valor presente de la anualidad, para lo cual se usará la fórmula:

$$VA = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i)$$

$$VA = 500\left(\frac{1-(1+0.023)^{-12}}{0.023}\right)(1+0.023) \rightarrow VA = 500(10.38)(1.023) \rightarrow VA = \$5312.95$$

Por tanto, el pago único que debe realizar este individuo al inicio del periodo por alquilar un departamento por un año bajo una tasa de interés del 2.3% que consta con pagos periódicos de $500 es de $5.312,95 De esta forma se calcula el valor actual de una anualidad anticipada de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=VA(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el pago (también conocido como cuota o la anualidad), valor futuro (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor del pago) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad anticipada (que se paga al inicio del periodo) se denota con el número 1, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

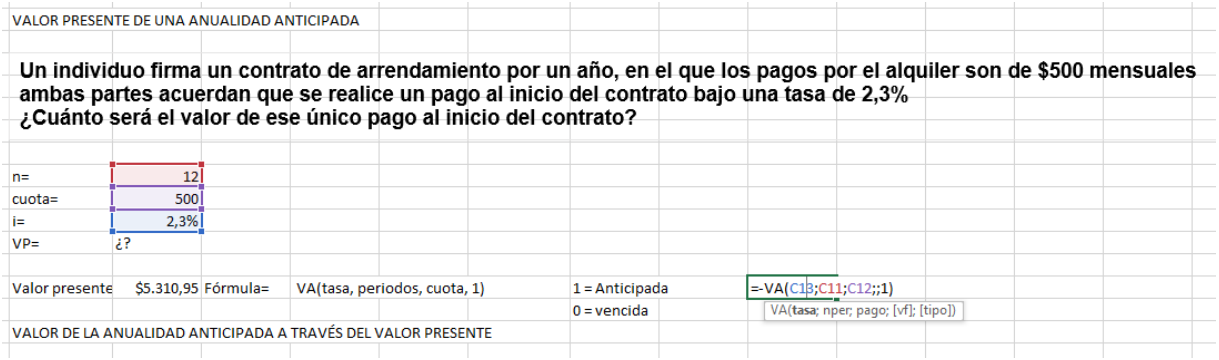


Figura 16. *Valor presente de una anualidad anticipada. Elaboración propia.*

3.2.2.2. Valor de la anualidad anticipada conociendo su valor actual

Una vez mostrada la fórmula a aplicar para calcular el valor presente de una anualidad anticipada, por medio de despejes, también se puede conocer el valor de la anualidad conociendo su valor actual; por tanto, la fórmula a usar para identificar el valor de pagos que se deben realizar conociendo el valor presente será el siguiente:

$$VP = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i) \rightarrow A = \frac{VP}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i)}$$

Ejercicio – Valor de la anualidad anticipada conociendo su valor actual

Un individuo recibe un préstamo de $15000, el cual se cancelará en 15 cuotas mensuales anticipadas, bajo una tasa de interés del 4% mensual ¿Cuál es el valor de las cuotas que debe pagar mensualmente de forma anticipada?

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 15 meses
- i: 4% mensual
- Valor actual: $15.000

$$A = \frac{VP}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i)}$$

$$A = \frac{15000}{\left(\frac{1-(1+0.04)^{-15}}{0.04}\right)(1+0.04)} \rightarrow A = \frac{15000}{(11.118)(1.04)} \rightarrow A = \frac{15000}{11.563} \rightarrow A = 1.297{,}23$$

El valor del pago periódico que debe de realizar el individuo para cancelar un préstamo que tiene un valor actual de $15.000 en quince meses y bajo una tasa de interés del 4% mensual, es de $1.297,23 cada mes. De esta forma se calcula la anualidad anticipada conociendo el valor actual de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función “=pagos(” una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el valor actual, valor futuro (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor actual) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad anticipada (que se paga al iniciar el periodo) se denota con el número 1, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

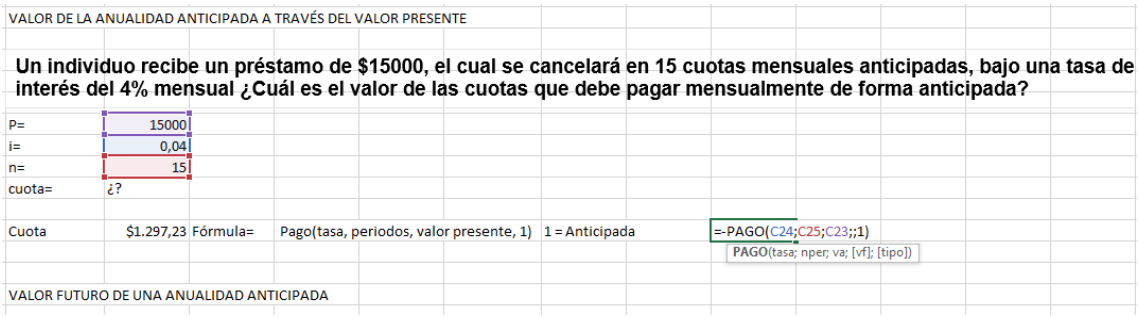


Figura 17. *Valor de la anualidad anticipada conociendo su valor actual. Elaboración propia.*

3.2.2.3. Valor futuro de una anualidad anticipada

A continuación, se mostrará un flujo de caja cuando la operación financiera se trata sobre una deuda adquirida que debe ser cancelada a través de pagos periódicos y uniformes en “n” periodos de tiempo.

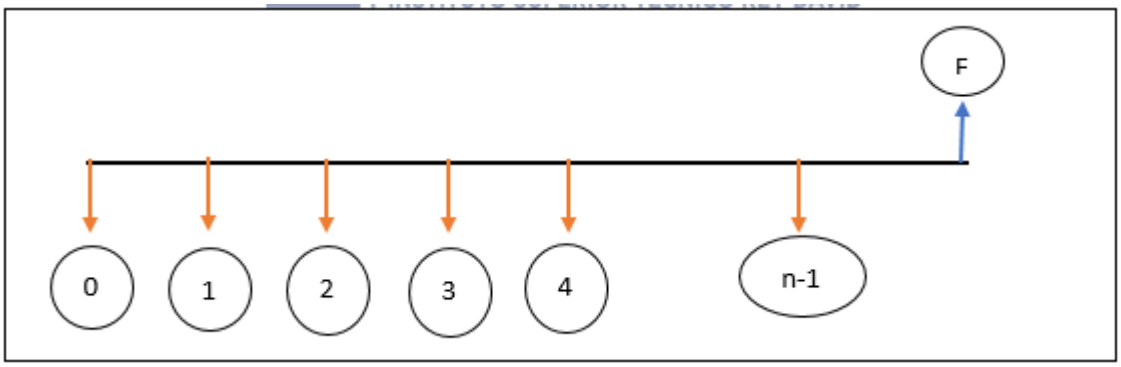


Figura 18. *Valor futuro de una anualidad anticipada*

Para poder encontrar el valor futuro de una anualidad anticipada se aplicará la siguiente fórmula:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)(1+i)$$

Donde:

- A: representa los pagos, cuotas o desembolsos periódicos que se realizarán en el transcurso de la operación financiera.
- i: representa la tasa de interés, la cual, debe encontrarse expresada de tal forma que, no interfiera con la frecuencia de capitalización de intereses.
- n: representa el número de periodos en el cual se generará la anualidad.

Ejercicio – Valor futuro de una anualidad anticipada

Un individuo recibe por arriendo $1000 mensuales anticipados, y deposita en una cuenta $400 en una cuenta que le genera rendimientos al 3,7% mensual, este depósito lo realiza una vez recibe el alquiler (anticipado) ¿Cuánto tendrá acumulado en un año?

Detalle:

- Anualidad: $400 anual
- n: 12 meses
- i: 3.7% capitalizable mensualmente
- VF: ¿?

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)(1+i)$$

$$VF = 400\left(\frac{(1+0.037)^{12} - 1}{0.037}\right)(1+0.037) \rightarrow VF = 400(14.769)(1.037) \rightarrow VF = 6126.51$$

Este individuo tendrá acumulado dentro de 12 meses un valor de $6.126,51; siempre y cuando, realice depósitos mensuales de $400 los cuales se someten a una tasa de interés del 3.7%. De esta forma se calcula el valor futuro de una anualidad anticipada de forma manual; pero, este cálculo se puede simplificar usando hojas de cálculo, Excel es una buena herramienta con niveles de acceso mundial que permite calcular valores matemáticos, estadísticos y financieros.

Para poder calcular una anualidad en Excel es imprescindible tener en claro el uso de las funciones, para este caso específico se usará la función "=VF(" una vez escrita, Excel automáticamente indicará los rubros que deben ser completado (se indica que al inicio de la función, después del igual se coloque el signo negativo, para que el resultado se exprese en forma positiva), en este caso pide información acerca de la tasa de interés, el número de periodos, el pago (también conocido como cuota o la anualidad), valor presente (este no es necesario ponerlo, solo en caso de no conocer cuál es el valor del pago) y el tipo de la anualidad, como se trata de una anualidad anticipada (que se paga al inicio del periodo) se denota con el número 1, Excel por defecto, sin necesidad de ponerlo, entiende a una anualidad como vencida, a menos que se indique lo contrario.

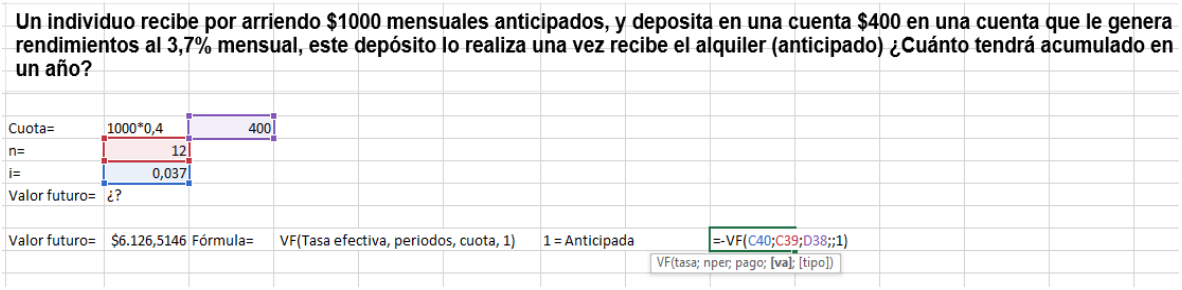


Figura 19. *Valor futuro de una anualidad anticipada a través de Excel. Elaboración propia.*

Una vez mostrada la fórmula a aplicar para calcular el valor futuro de una anualidad anticipada, por medio de despejes, también se puede conocer el valor de la anualidad conociendo su valor futuro; por tanto, la fórmula a usar para identificar el valor de pagos que se deben realizar conociendo el monto futuro será el siguiente:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)(1+i) \rightarrow A = \frac{VF}{\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)(1+i)}$$

De igual forma se indica que a través del despeje correspondiente se puede calcular el tiempo de duración de una anualidad para que genere un determinado valor futuro o

presente; no obstante, se indica que para calcular la tasa de interés hay que aplicar el método de la interpolación lineal.

3.2.3. Anualidades diferidas

Una anualidad anticipada se refiere a aquellos pagos uniformes y periódicos que se realizan después de que se haya iniciado la operación financiera, por lo que, otorga un periodo de gracia que puede ser muerto o con cuota reducida (Rivera Salcedo, 2010).

- Un periodo de gracia muerto indica que durante ese periodo no se pagan intereses ni se abonan pagos al capital inicial; los intereses no se pagan, pero de igual forma estos se van generando y van acumulándose, aunque el periodo esté pactado en tal tiempo el periodo de gracia muerto hace que no se pague nada, no obstante, como no se pagan los intereses esto hace que el valor se modifique y se encarezca. (Fernández Navarrete, 2017)
- Un periodo de gracia con cuota reducida indica que, aunque no se abona al capital inicial en este sí se van pagando los intereses; por tanto, el capital inicial no incrementa (Díaz Mata, 1987)

Las anualidades diferidas utilizan las fórmulas antes mencionadas para las anualidades vencidas y el interés compuesto, sin embargo, lo importante en este tipo de anualidad es el razonamiento del problema financiero; la fórmula que se aplique para calcular la anualidad diferida dependerá de si el desembolso se realizará al inicio o al final del periodo.

Ejercicio – Anualidad diferida con periodo de gracia muerto

Una deuda de $8000 se va a cancelar mediante 18 pagos que se ejecutarán de forma trimestral. Suponga que el primer pago se realiza al año después de que se contrajo la deuda, calcule las cuotas a una tasa del 32% capitalizable trimestral.

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 18 pagos trimestrales
- i: 32% capitalizable trimestralmente
- VA: $8000

Antes de encontrar el valor de cada pago que debe realizar para liquidar el crédito, hay que encontrar la tasa de interés, en este caso se encontrará la tasa de interés periódica, dado que el enunciado nos da una tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente del 32%;

como la frecuencia de capitalización de la tasa es la misma que el periodo en el cual se desembolsará, entonces simplemente se divide esa tasa para la frecuencia a través de la cual se va a acumular; por tanto, la tasa de interés que se aplicará será la siguiente:

$$i = \frac{r}{m} \rightarrow i = \frac{0.32}{4} \rightarrow i = 0.08$$

Una vez encontrada la tasa de interés a aplicar, se puede proceder a calcular la anualidad diferida, para lo cual se usará la siguiente fórmula que se asemeja con la del valor presente de una anualidad vencida, a la que además se le agregó la expresión $(1+i)^{-t}$, la cual hace referencia al periodo muerto en el que no se efectuó la anualidad, en la cual t tomará un valor de 3 debido a que, los pagos deben realizarse el cuarto trimestre que es hasta donde dura el periodo de gracia, para que la anualidad vencida caiga ahí, entonces, el punto inicial se generará en el tercer trimestre (esto quiere decir que el flujo de caja, visualmente tendrá 21 periodos):

$$A = \frac{P}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)(1+i)^{-t}}$$

$$A = \frac{8000}{\left(\frac{1-(1+0.08)^{-18}}{0.08}\right)(1+0.08)^{-3}} \rightarrow A = \frac{8000}{9.372(0.794)} \rightarrow A = \frac{8000}{7.439} \rightarrow A = 1075.31$$

Esto quiere decir que, con un periodo de gracia muerto de un año, los pagos que se deben realizar cada trimestre para cancelar una deuda de $8.000 bajo una tasa trimestral del 8% en 18 trimestres es de $1.075,31

Ejercicio – Anualidad diferida con periodo de gracia de cuota reducida

Una deuda de $8000 se va a cancelar mediante 18 pagos que se ejecutarán de forma trimestral. Suponga que el primer pago se realiza al año después de que se contrajo la deuda, calcule las cuotas a una tasa del 32% capitalizable trimestral.

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 18 pagos trimestrales
- i: 32% capitalizable trimestralmente → la tasa de interés trimestral es del 8%

- VA: $8000

Como se indica que, bajo este periodo de gracia los intereses sí se van pagando, esto hace que no se vayan acumulando y, por tanto, no termine afectado al capital inicial. Por lo que, para calcular el valor de este tipo de anualidad, se tomará como referencia las fórmulas de las anualidades vencidas:

$$P = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) \rightarrow A = \frac{P}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)}$$

$$A = \frac{8000}{\left(\frac{1-(1+0.08)^{-18}}{0.08}\right)} \rightarrow A = \frac{8000}{9.372} \rightarrow A = 853.62$$

Esto quiere decir que, con un periodo de gracia con cuota reducida de un año, los pagos que se deben realizar cada trimestre para cancelar una deuda de $8.000 bajo una tasa trimestral del 8% en 18 trimestres es de $853,62.

3.2.4. Anualidades perpetuas

Se refiere a aquellas anualidades en las que no existe el último pago, o que tiene un número infinito de pagos. Se la define como una anualidad que tienen muchos flujos de caja. Como no se puede determinar la extensión del flujo de caja, es complicado evaluar el valor futuro de la anualidad; por lo que, en este caso solo existe el valor presente; como ejemplos de este tipo de anualidad, se considera el mantenimiento de infraestructuras viales o de estructuras (puentes), también se suelen consideran inversiones a largo plazo donde solo se retiran los intereses, etc. (Córdoba Bueno, 2009).

Las anualidades indefinidas no suceden en la práctica real, sin embargo, es un ejemplo para aquellos flujos de caja cuya duración es muy extensa. Para aquello se tomará como referencia el valor presente de una anualidad vencida (el tipo de anualidad más usado por las instituciones financieras):

$$VP = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right); donde\ n \rightarrow \alpha; por\ tanto, (1+i)^{-n} \rightarrow 0$$

$$VP = A\left(\frac{1-0}{i}\right) \rightarrow P = A\left(\frac{1}{i}\right) \rightarrow P = \frac{A}{i}$$

Ejercicio – Anualidad perpetua

Se quiere mantener en buen estado las carreteras, el sector público decide establecer un fondo para reparaciones futuras las cuales se estiman en $200.000.000 cada 10 años. ¿Cuál será el valor del fondo con una tasa de interés efectivo anual del 18%?

Detalle:

- Anualidad: ¿?
- n: 10 años
- i: 18% efectivo anual
- VF: $200.000.000
- VA: ¿?

Para poder determinar el valor de la anualidad, es imprescindible usar la fórmula del valor futuro de una anualidad vencida, tal como se mostrará a continuación:

$$A = F\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

$$A = 200000000\left(\frac{0.18}{(1+0.18)^{10} - 1}\right) \rightarrow A = 200000000(0.042) \rightarrow A = 8502928{,}27$$

Una vez obtenido el valor de la anualidad, ahora sí se procede a determinar el valor presente de la misma:

$$VP = \frac{8502928{,}27}{0.18} \rightarrow VP = 47238490.36$$

El valor del fondo debe ser de $47.238.490,36 para que este genere reparaciones futuras dentro de 10 años estimadas de $200.000.000 bajo una tasa de interés efectiva anual del 18%.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Anualidades vencidas, anticipadas, diferidas y perpetuas.

Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención acerca del cálculo y diferencias entre las anualidades vencidas, anticipadas, diferidas y perpetuas; indica además por qué las anualidades perpetuas no tienen valor futuro.

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA

Taller: Resolver los siguientes problemas planteados sobre anualidades, el cálculo se deberá realizar de forma manual.

1. Una persona adquiere a crédito un electrodoméstico que cancelará en 12 pagos mensuales iguales de $ 300, a una tasa de 2% mensual. Encontrar el valor de contado del electrodoméstico.
2. Una persona adquiere un vehículo a crédito con una cuota inicial de $ 5.000 y 24 cuotas mensuales iguales de $ 580. El concesionario le cobra un 2,3% mensual sobre saldo. Encontrar el valor del vehículo.
3. Una empresa desea construir una fábrica, por lo cual adquiere un terreno por la suma de $ 300.000 dando una cuota inicial del 10% y 24 cuota mensuales con una tasa de interés del 2.5%. Calcular el valor de las cuotas.
4. Sustituir una serie de flujos de cajas constantes de $ 250.000 al final de cada año, durante 5 años, por el equivalente en cuotas mensuales vencidas, con un interés del 2.4% mensual.
5. Se hacen depósitos mensuales de $ 150.000 en una institución financiera que paga un interés del 2,6% mensual. ¿Qué suma se tendrá acumulada al final de dos años?

6. El gerente de un hospital desea invertir en una institución financiera para comprar un equipo de rayos “x” en un término de dos años. Para esto debe destinar cierta cantidad cada bimestre hasta completar la cantidad $ 100.000 Si la institución financiera reconoce un 24% anual convertible bimestralmente, determínese el valor del depósito bimestral.
7. Una persona desea adquirir un apartamento que dentro de 10 años costará la suma de $ 120.000. Por tal motivo hoy cancela una cuota inicial de $ 15.000 y cada mes cancela cuotas mensuales iguales. La tasa de intereses que se le cobra es del 18% capitalizable mensualmente. ¿Cuál es la cuota mensual requerida?
8. Una persona deposita hoy en una institución financiera la suma de $ 82.000 que le paga una tasa de interés del 3% mensual. ¿Calcular el valor acumulado al final de año, si cada mes deposita $ 30.000?
9. Una deuda de $10.000 se va a cancelar mediante 24 pagos mensuales. Suponga que el primer pago se realiza al trimestre después de que se contrajo la deuda, calcule las cuotas a una tasa del 17.5% capitalizable mensualmente tanto como para periodo de gracia muerto como para periodo de gracia reducido.
10. Para mantener en buen estado las carreteras, el Estado decide establecer un fondo para mantenimiento futuro el cual se estima en $500.000.000 cada 15 años. ¿Cuál será el valor del fondo con una tasa de interés efectivo anual del 12?5%?

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.
4. Realiza el Test de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.
- Revisa que tu conexión a internet sea estable.
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

IV. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD 4

Información General

1.1.	Nivel	Primero					
1.2.	Nombre Unidad	Amortización y gradientes					
1.3.	Tema 1 – Unidad	Amortizaciones					
1.4.	Tema 2 – Unidad	Gradientes					
1.5.	Unidad organizacional	Unidad Profesional					
1.6.	Unidad	4					
1.7.	Total, Horas Unidad	25,5					
1.8.	Detalle de horas Unidad	ACD	15	AA	6	APE	4,5

Resultado de Aprendizaje

El estudiante será capaz de entender cómo se pagan las deudas con el paso del tiempo y, por tanto, tomar decisiones financieras respecto a la obtención de deudas, pagos mensuales de la deuda y el interés generado por el préstamo.

Metodología

La clase virtual grabada comienza con una introducción clara sobre lo que los estudiantes aprenderán en esa sesión. Se establecen los objetivos de aprendizaje para que los estudiantes sepan qué esperar y en qué enfocarse. El contenido de la asignatura se desarrolla dividiéndolo en secciones o módulos. Se utiliza una estructura organizada y lógica para abordar cada tema, combinando diferentes enfoques pedagógicos según el contenido, como explicaciones, ejemplos, demostraciones, gráficos y diagramas.

Aunque la clase es grabada, es importante incorporar elementos interactivos para mantener el compromiso de los estudiantes. Esto se puede lograr a través de preguntas para reflexionar, ejercicios, cuestionarios o pausas para discusión, fomentando su participación activa. Se proporcionan ejemplos prácticos y aplicaciones del contenido para que los estudiantes comprendan cómo se aplica la teoría en situaciones reales. Estos ejemplos ayudan a conectar los conceptos teóricos con su uso práctico.

DESARROLLO

Unidad 4: Amortización y gradientes

Tema 1: Amortizaciones

Objetivo: Comprender y manejar el proceso de amortización y gestión de deudas.

1. Amortización método francés
2. Amortización método alemán
3. Amortización con cuotas extra-pactadas
4. Amortización con cuotas extra no pactadas
5. Amortización con periodo de gracia muerto
6. Amortización con periodo de gracia con cuotas reducidas

4.1.1. Amortización método francés

El sistema de amortización por el método francés es el más usado en el mundo financiero para amortizar una obligación financiera, de acuerdo con Knut Sydsaeter y Peter Hammond, en su libro Matemáticas para el Análisis Económico, “este se caracteriza porque los desembolsos, pagos, cuotas o dividendos son uniformes, los cuales se pagan en periodos iguales y reconoce el abono de capital como lo correspondiente al valor del dinero en el tiempo” (2011).

4.1.1.1. Ejercicio de amortización método francés

Se requiere cancelar una deuda de $250,000 en 8 años bajo una tasa de interés del 15,6% capitalizable mensualmente. Elabora la tabla de amortización de acuerdo al método francés.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $250.000
- Periodo de 8 años
- Tasa de interés nominal del 15.6% capitalizable mensualmente
- Desembolsos anuales ¿?

Antes de calcular el valor de la cuota o de la anualidad, hay que tomar en cuenta que la tasa de interés debe encontrarse de tal forma que pueda capitalizar correctamente. El ejercicio nos da una tasa nominal que se capitaliza mensualmente, mientras que, los desembolsos se realizarán de forma anual, por lo que, se deberá calcular la tasa de interés efectiva, para lo cual se utilizará la fórmula correspondiente en la Unidad 2 Tema 2.

Por otro lado, en Excel el cálculo es automático utilizando la función "= INT.EFECTIVO (tasa nominal; frecuencia de capitalización)" aplicando dicha función se obtiene que la tasa de interés efectiva es del 16.77%.

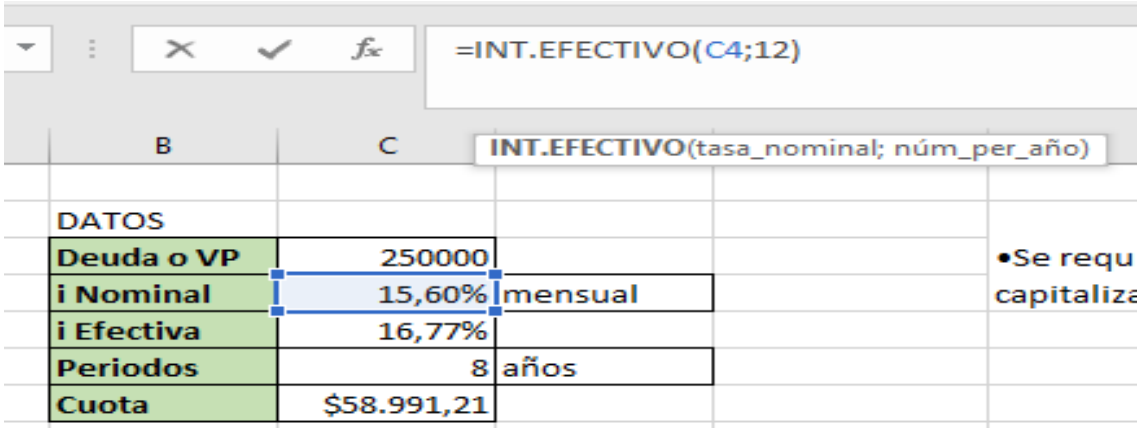


Figura 20. *Cálculo del interés efectivo en Excel. Elaboración propia.*

Una vez determinada la tasa de interés que se usará para determinar el rendimiento que irá generando el dinero con el paso del tiempo, se procederá a calcular los desembolsos que se realizarán:

$$A = P\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right) \rightarrow A = 250000\left(\frac{0.1677}{1-(1+0.1677)^{-8}}\right) \rightarrow A = 250000(0.236)$$

$$A = \$58.991{,}21$$

Los desembolsos que se realizarán corresponden a un valor de $58.991,21 los cuales serán uniformes y se generarán de forma periódica. Una vez obtenido aquello, se puede generar la tabla de amortización siguiendo las pautas mencionadas anteriormente, obteniendo la siguiente tabla:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$250.000,00
1	$ 58.991,21	$ 41.925,00	$ 17.066,21	$232.933,79
2	$ 58.991,21	$ 39.063,00	$ 19.928,21	$213.005,58
3	$ 58.991,21	$ 35.721,04	$ 23.270,17	$189.735,41
4	$ 58.991,21	$ 31.818,63	$ 27.172,58	$162.562,83
5	$ 58.991,21	$ 27.261,79	$ 31.729,42	$130.833,40
6	$ 58.991,21	$ 21.940,76	$ 37.050,45	$ 93.782,95
7	$ 58.991,21	$ 15.727,40	$ 43.263,81	$ 50.519,15
8	$ 58.991,21	$ 8.472,06	$ 50.519,15	$ 0,00
TOTAL	**$471.929,67**	**$221.929,67**	**$ 250.000,00**	

Figura 21. *Tabla de amortización método francés. Elaboración propia.*

La figura 4 muestra una tabla de amortización que liquida la deuda a través del método francés. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $221.929,67 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $471.929,67.

4.1.2. Amortización método alemán

El sistema de amortización por medio del método alemán es el segundo más usado dentro del mundo financiero, de acuerdo con Jitse Niesen en su libro, Financial Mathematics I “este se caracteriza porque los desembolsos, a medida que transcurre el periodo pactado van disminuyendo porque el capital es dividido en partes iguales durante el plazo” (2012).

Esto quiere decir que, a diferencia del método francés donde los desembolsos eran uniformes, en el método alemán el abono al capital es el uniforme dado que se divide en partes iguales el capital obtenido respecto al número de periodos.

Bajo este método el saldo se va liquidando más rápido que el método anterior, por lo que, los intereses generados son menores. Para notar la diferencia entre estos dos métodos, se resolverá el mismo ejercicio anterior pero esta vez, bajo el método alemán.

4.1.2.1. Ejercicio de amortización método alemán

Se requiere cancelar una deuda de $250,000 en 8 años bajo una tasa de interés del 15,6% capitalizable mensualmente. Elabora la tabla de amortización de acuerdo al método francés.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $250.000
- Periodo de 8 años
- Tasa de interés nominal del 15.6% capitalizable mensualmente
- Tasa de interés efectiva del 16.77%
- Desembolsos anuales ¿?

Para poder generar la tabla de amortización, hay que determinar el valor de los abonos uniformes que se realizarán, para lo cual se aplicará la siguiente ecuación:

$$Amortización = \frac{Valor\ de\ la\ deuda\ o\ de\ la\ operación\ financiera}{número\ de\ periodos}$$

$$Amortización = \frac{250.000}{8} \rightarrow Amortización = 31.250$$

Por otro lado, la cuota en este caso se obtendrá sumando el valor generado por los intereses y el abono al capital, tal cual lo indica la siguiente expresión "$Desembolso_n = Interés_n + Amortización\ _n$".

Resaltando lo anterior se obtiene la siguiente tabla de amortización:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 250.000,00
1	$ 73.175,00	$ 41.925,00	$ 31.250,00	$ 218.750,00
2	$ 67.934,38	$ 36.684,38	$ 31.250,00	$ 187.500,00
3	$ 62.693,75	$ 31.443,75	$ 31.250,00	$ 156.250,00
4	$ 57.453,13	$ 26.203,13	$ 31.250,00	$ 125.000,00
5	$ 52.212,50	$ 20.962,50	$ 31.250,00	$ 93.750,00
6	$ 46.971,88	$ 15.721,88	$ 31.250,00	$ 62.500,00
7	$ 41.731,25	$ 10.481,25	$ 31.250,00	$ 31.250,00
8	$ 36.490,63	$ 5.240,63	$ 31.250,00	$ -
TOTAL	**$ 438.662,50**	**$188.662,50**	**$ 250.000,00**	

Figura 22. *Tabla de amortización método alemán. Elaboración propia.*

La figura 5 muestra una tabla de amortización que liquida la deuda a través del método alemán. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $188.662,50 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $438.662,50.

Tal como se explicó anteriormente, los intereses generados en el método de amortización alemán son menores a los intereses generados en el método francés y, por ende, el valor futuro de la operación financiera también será menor.

4.1.3. Amortización con cuotas extra-pactadas

El sistema de amortización por medio de cuotas extra-pactadas es uno de los casos de amortización que se pueden generar dentro del mundo financiero, esta se caracteriza porque tanto el prestamista como el prestatario, en el momento en el que firman la obligación financiera, se incluyen periodos en el que se realizarán cuotas extras, dado que, según la planificación financiera del individuo, durante estos periodos tendrá una mayor liquidez para afrontar dichos pagos. (García Santillán, 2014)

4.1.3.1. Ejercicio de amortización con cuotas extra-pactadas

Se adquiere una deuda de $500,000 cancelables en 10 pagos semestrales bajo una tasa de interés del 14% capitalizable semestralmente. Se supone que en el semestre 4 y 6 se hacen abonos extraordinarios de $90,000 y $100,000.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $500.000
- Periodo de 10 semestres
- Tasa de interés nominal del 14% capitalizable semestralmente
- Abono periodo 4 de $90.000
- Abono periodo 6 de $100.000
- Desembolsos anuales ¿?

Antes de calcular el valor de la cuota o de la anualidad, hay que tomar en cuenta que la tasa de interés debe encontrarse de tal forma que pueda capitalizarse correctamente. El ejercicio nos da una tasa nominal que se capitaliza semestralmente, mientras que, los desembolsos se realizarán de forma semestral, por lo que, se deberá calcular la tasa de

interés periódica. Esta se obtendrá dividiendo la tasa de interés nominal respecto a la frecuencia de capitalización:

$$i = \frac{0.14}{2} \rightarrow i = 0.07$$

Para poder determinar el valor de la cuota hay que determinar los valores presentes de los abonos extra que se van a realizar, a través de la siguiente expresión:

$$Vp = \frac{Vf}{(1+i)^n}$$

- Valor presente del abono realizado en el periodo 4

$$Vp = \frac{90.000}{(1+0.07)^4} \rightarrow Vp = 68.660{,}57$$

- Valor presente del abono realizado en el periodo 6

$$Vp = \frac{100.000}{(1+0.07)^6} \rightarrow Vp = 66.634{,}22$$

Una vez obtenidos los valores presentes de los desembolsos extras que se realizarán, se procederá a descontarlos de la deuda, para así poder tener el valor de la anualidad.

Entonces se aplicará la siguiente expresión "$Valor\ deuda\ descontado\ los\ abonos = deuda - abono\ periodo\ 4 - abono\ periodo\ 6$"; por tanto el valor de la deuda será el siguiente:

$$Valor\ deuda\ descontado\ los\ abonos = 500.000 - 68.660{,}57 - 66.634{,}22$$

$$Valor\ deuda\ descontado\ los\ abonos = 364.705{,}21$$

Al valor de la deuda obtenido, se le calculará los desembolsos periódicos que se realizarán:

$$A = P\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right) = 364.705{,}21\left(\frac{0.07}{1-(1+0.07)^{-10}}\right) \rightarrow A = 500000(0.142)$$

$$A = \$51.925{,}82$$

Los desembolsos que se realizarán corresponden a un valor de $51.925,82 los cuales serán uniformes y se generarán de forma periódica. Una vez obtenido aquello, se puede generar la tabla de amortización siguiendo las pautas mencionadas anteriormente, tomando en

cuenta que en el periodo 4 y en el periodo 6 se realizarán desembolsos extra correspondiente a $90.000 y $100.000, obteniendo la siguiente tabla:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 500.000,00
1	$51.925,82	$ 35.000,00	$ 16.925,82	$ 483.074,18
2	$51.925,82	$ 33.815,19	$ 18.110,62	$ 464.963,56
3	$51.925,82	$ 32.547,45	$ 19.378,37	$ 445.585,19
4	$141.925,82	$ 31.190,96	$ 110.734,85	$ 334.850,34
5	$51.925,82	$ 23.439,52	$ 28.486,29	$ 306.364,04
6	$151.925,82	$ 21.445,48	$ 130.480,33	$ 175.883,71
7	$51.925,82	$ 12.311,86	$ 39.613,96	$ 136.269,75
8	$51.925,82	$ 9.538,88	$ 42.386,93	$ 93.882,82
9	$51.925,82	$ 6.571,80	$ 45.354,02	$ 48.528,80
10	$51.925,82	$ 3.397,02	$ 48.528,80	$ 0,00
TOTAL	**$709.258,17**	**$ 209.258,17**	**$ 500.000,00**	

Figura 23. *Tabla de amortización con cuotas extra-pactados. Elaboración propia.*

La figura 6 muestra una tabla de amortización que liquida la deuda sabiendo que existirán cuotas extra-pactadas. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $209.258,17 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $709.258,17.

4.1.4. Amortización con cuotas extra no pactadas

El sistema de amortización por medio de cuotas extra no pactadas es uno de los casos de amortización que se pueden generar dentro del mundo financiero, esta se caracteriza porque tanto el prestatario realiza abonos extra que no se pactaron al inicio de la operación financiera. Bajo este enfoque se pueden generar dos situaciones; uno de ellas es donde se solicita re-liquidar la cuota con el fin de que se cumpla con el plazo pactado; la otra situación es donde se cancela la deuda antes del plazo solicitado. (Vidaurri, 2017)

4.1.4.1. Ejercicio de amortización con cuotas extra-pactadas

Se adquiere una deuda de $850,000 cancelables en 6 pagos trimestrales bajo una tasa de interés del 12% capitalizable trimestralmente, en el 4 trimestre se realizó un abono adicional no pactado de $155,000. Realizar la tabla:

a) Si se solicita re-liquidar la cuota

b) En el caso de que la deuda se cancele antes del plazo solicitado.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $850.000
- Periodo de 6 trimestres
- Tasa de interés nominal del 12% capitalizable trimestralmente
- Abono periodo 4 de $150.000
- Desembolsos trimestrales ¿?
- Desembolso luego del abono no pactado ¿?

Antes de calcular el valor de la cuota o de la anualidad, hay que tomar en cuenta que la tasa de interés debe encontrarse de tal forma que pueda capitalizarse correctamente. El ejercicio nos da una tasa nominal que se capitaliza trimestralmente, mientras que, los desembolsos se realizarán de forma trimestral, por lo que, se deberá calcular la tasa de interés periódica. Esta se obtendrá dividiendo la tasa de interés nominal respecto a la frecuencia de capitalización:

$$i = \frac{0.12}{4} \rightarrow i = 0.03$$

a) Tabla de amortización re-liquidando la cuota

Para obtener esta tabla hay que determinar dos valores de cuota, el primero que se generará hasta el cuarto trimestre y el que se generará producto del abono extra con el fin de que se cumpla el plazo de duración de la obligación financiera.

Por tanto, el cálculo de las primeras anualidades se calculará aplicando la fórmula y los plazos definidos dentro de dicha obligación, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$A = P\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right) = 850.000\left(\frac{0.03}{1-(1+0.03)^{-6}}\right) \rightarrow A = 850000(0.185)$$

$$A = \$156.907{,}88$$

Los desembolsos que se realizarán corresponden a un valor de $156.907,88 los cuales serán uniformes y se generarán de forma periódica. Una vez obtenido aquello, se puede generar la tabla de amortización siguiendo las pautas mencionadas anteriormente, tomando en cuenta que en el periodo 4 se realizará un desembolso extra no pactado correspondiente a $150.000, obteniendo la siguiente tabla:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 850.000,00
1	$156.907,88	$25.500,00	$131.407,88	$ 718.592,12
2	$156.907,88	$21.557,76	$135.350,11	$ 583.242,01
3	$156.907,88	$17.497,26	$139.410,61	$ 443.831,40
4	$311.907,88	$13.314,94	$298.592,93	$ 145.238,46

Figura 24. *Tabla de amortización con cuotas extra no pactados. Elaboración propia.*

Debido a que en el periodo 4 se realiza un desembolso extra no pactado, hace que la cuota en dicho periodo sea de $311.907,88 el cual se obtiene sumando los $156.907,88 (correspondiente al valor de la cuota) y los $150.000 (correspondiente al abono extra). Esto genera un nuevo saldo de $145.238,46 y, en base a dicho saldo, se debe calcular las nuevas cuotas en los últimos periodos restantes, por lo cual:

$$A = P\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right) = 145238{,}46\left(\frac{0.03}{1-(1+0.03)^{-2}}\right) \rightarrow A = 145238{,}46(0.185)$$

$$A = \$75.903{,}20$$

Los nuevos desembolsos que se realizarán corresponden a un valor de $75.903,20 los cuales serán uniformes y se generarán de forma periódica. Una vez obtenido aquello, se puede completar la tabla de amortización, quedando de la siguiente manera:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 850.000,00
1	$156.907,88	$25.500,00	$131.407,88	$ 718.592,12
2	$156.907,88	$21.557,76	$135.350,11	$ 583.242,01
3	$156.907,88	$17.497,26	$139.410,61	$ 443.831,40
4	$311.907,88	$13.314,94	$298.592,93	$ 145.238,46
5	$75.903,20	$ 4.357,15	$71.546,04	$ 73.692,42
6	$75.903,20	$ 2.210,77	$73.692,42	$ -
TOTAL	**$934.437,89**	**$84.437,89**	**$850.000,00**	

Figura 25. *Tabla de amortización con cuotas extra no pactadas si se solicita re-liquidarla. Elaboración propia.*

La figura 8 muestra una tabla de amortización que re-liquida la deuda luego de conocer que existirán cuotas extra no pactadas. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $84.437,89 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $934.437,89.

b) Tabla de amortización si la deuda se cancela en el plazo solicitado

Para realizar la tabla de amortización hay que tomar en cuenta cual será el valor correspondiente a los desembolsos periódicos que se generará. Para este caso se calculará la anualidad que se generará hasta el cuarto trimestre, donde esta además se le adicionar el abono extra no pactado, tal como se observó en la figura 7.

Bajo ese sentido el saldo que se genero fue de $145.238,46 y, en base a este saldo se culminaría la obligación antes del periodo fijado. Esto quiere decir que, el acreedor tendrá que hacer un abono al capital correspondiente a dicho valor, mientras que, el interés que se generará en el periodo 5, se obtendrá de la siguiente manera:

$$Interés_5 = 145.238{,}46 * 0.03 = 4.357{,}15$$

Conociendo el interés y el valor del abono al capital, se procede a establecer cuál es el valor de la cuota que deja en cero el saldo de la deuda, la cual se obtiene de la siguiente manera:

$$Cuota_5 = 145.238{,}46 + 4.357{,}15 = 149.595{,}62$$

Es decir, el último desembolso a realizar debe ser de $149.595,62 para que se pueda liquidar la deuda. Conociendo aquello, se presentará la tabla de amortización resultante:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 850.000,00
1	$156.907,88	$25.500,00	$131.407,88	$ 718.592,12
2	$156.907,88	$21.557,76	$135.350,11	$ 583.242,01
3	$156.907,88	$17.497,26	$139.410,61	$ 443.831,40
4	$311.907,88	$13.314,94	$298.592,93	$ 145.238,46
5	$ 149.595,62	$ 4.357,15	$ 145.238,46	$ -
TOTAL	**$932.227,12**	**$82.227,12**	**$850.000,00**	

Figura 26. *Tabla de amortización con cuotas extra no pactadas terminando la obligación antes de lo estipulado. Elaboración propia.*

La figura 9 muestra una tabla de amortización que termina la deuda antes del tiempo establecido dado que existieron cuotas extra no pactadas. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $82.227,17 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $932.227,12.

Comparativamente se puede observar que al deudor le conviene más cancelar la deuda antes del tiempo establecido dado que esto hace que se generen menos intereses; sin embargo, para lograr aquello es necesario que se cuente con la liquidez para que esta se realice sin que afecte sus finanzas.

4.1.5. Amortización con periodo de gracia muerto

El sistema de amortización con periodo de gracia muerto es uno de los casos de amortización que se pueden generar dentro del mundo financiero, esta se caracteriza porque al prestatario se le concede un periodo de tiempo antes de realizar el primer desembolso; como se trata de un periodo de gracia muerto, en ese tiempo el deudor no realizará ni abonos al capital, ni pagará interés; por lo que, el valor del saldo se irá incrementando hasta que cancele sus obligaciones. (Anching Guzmán, 2006)

4.1.5.1. Ejercicio de amortización con periodo de gracia muerto

Se adquiere una deuda de $1,000,000 cancelables en 8 pagos semestrales bajo una tasa de interés del 9,5% capitalizable semestralmente. Sabiendo que el primer pago se hace en el tercer semestre donde no se abona al capital ni al interés.:

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $1.000.000
- Periodo de 8 semestres
- Tasa de interés nominal del 9.5% capitalizable semestralmente
- Desembolsos semestrales ¿?

Antes de calcular el valor de la cuota o de la anualidad, hay que tomar en cuenta que la tasa de interés debe encontrarse de tal forma que pueda capitalizarse correctamente. El ejercicio nos da una tasa nominal que se capitaliza semestralmente, mientras que, los desembolsos se realizarán de forma semestral, por lo que, se deberá calcular la tasa de interés periódica. Esta se obtendrá dividiendo la tasa de interés nominal respecto a la frecuencia de capitalización:

$$i = \frac{0.095}{2} \rightarrow i = 0.0475$$

Como no se cancelan intereses, el cálculo de la anualidad se seguirá realizando en base a la fórmula de anualidades conociendo el valor presente; sin embargo, se agregará la expresión "$\frac{1}{(1+i)^{-t}}$", para que se consideren los periodos en los que no se cancelaron los intereses, en ese sentido la variable "t" hace referencia al periodo de tiempo en el que el deudor no canceló su deuda.

El valor de la anualidad se obtendrá de la siguiente manera:

$$A = \frac{VP}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)} * \frac{1}{(1+i)^{-t}} \rightarrow A = \frac{1.000.000}{\left(\frac{1-(1+0.0475)^{-8}}{0.0475}\right)} * \frac{1}{(1+0.0475)^{-2}}$$

$$A = \frac{1.000.000}{6.529} * \frac{1}{0.911} \rightarrow A = 168.057{,}92$$

Los desembolsos que se realizarán corresponden a un valor de $51.925,82 los cuales serán uniformes y se generarán de forma periódica. Una vez obtenido aquello, se puede generar la tabla de amortización siguiendo las pautas mencionadas anteriormente, tomando

en cuenta que en debido a que existieron periodos de gracia, entonces la duración de la deuda no son solo los periodos donde se realizaron los pagos, sino que también se contarán los periodos de gracia. La tabla de amortización quedará de la siguiente manera:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$ 1.000.000,00
1		$ 47.500,00	$-47.500,00	$ 1.047.500,00
2		$ 49.756,25	$-49.756,25	$ 1.097.256,25
3	$168.057,92	$ 52.119,67	$115.938,25	$ 981.318,00
4	$168.057,92	$ 46.612,61	$121.445,31	$ 859.872,69
5	$168.057,92	$ 40.843,95	$127.213,96	$ 732.658,73
6	$168.057,92	$ 34.801,29	$133.256,63	$ 599.402,10
7	$168.057,92	$ 28.471,60	$139.586,32	$ 459.815,78
8	$168.057,92	$ 21.841,25	$146.216,67	$ 313.599,11
9	$168.057,92	$ 14.895,96	$153.161,96	$ 160.437,15
10	$168.057,92	$ 7.620,76	$160.437,15	$ -0
TOTAL	**$1.344.463,34**	**$344.463,34**	**$1.000.000,00**	

Figura 27. *Tabla de amortización con periodos de gracia muerto. Elaboración propia.*

La figura 10 muestra una tabla de amortización cuando existen un periodo de gracia muerto. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $344.463,34 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $1.344.463,34.

4.1.6. Amortización con periodo de gracia con cuota reducida

El sistema de amortización con periodo de gracia con cuota reducida es uno de los casos de amortización que se pueden generar dentro del mundo financiero, esta se caracteriza porque al prestatario se le concede un periodo de tiempo antes de realizar el primer desembolso; como se trata de un periodo de gracia con cuota reducida, en ese tiempo el deudor no realizará abonos al capital, pero sí pagará interés; por lo que, el valor del saldo no se incrementará, esto quiere decir que el valor correspondiente en la cuota durante los periodos de gracia serán iguales al pago de interés. (Ross, 2011)

4.1.6.1. Ejercicio de amortización con periodo de gracia con cuota reducida

Se adquiere una deuda de $1,000,000 cancelables en 8 pagos semestrales bajo una tasa de interés del 9,5% capitalizable semestralmente. Sabiendo que el primer pago se hace en el tercer semestre donde no se abona al capital, pero sí se cancelan los intereses:

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Deuda de $1.000.000
- Periodo de 8 semestres
- Tasa de interés nominal del 9.5% capitalizable semestralmente
- Desembolsos semestrales ¿?

Antes de calcular el valor de la cuota o de la anualidad, hay que tomar en cuenta que la tasa de interés debe encontrarse de tal forma que pueda capitalizarse correctamente. El ejercicio nos da una tasa nominal que se capitaliza semestralmente, mientras que, los desembolsos se realizarán de forma semestral, por lo que, se deberá calcular la tasa de interés periódica. Esta se obtendrá dividiendo la tasa de interés nominal respecto a la frecuencia de capitalización:

$$i = \frac{0.095}{2} \rightarrow i = 0.0475$$

El valor de la anualidad se obtendrá de la siguiente manera:

$$A = P\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right) = 1000000\left(\frac{0.0475}{1-(1+0.0475)^{-8}}\right) \rightarrow A = 1000000(0.153)$$

$$A = \$153.161{,}96$$

Durante los dos periodos de gracia el valor de la cuota será exactamente igual al valor que se generarán por los intereses; sin embargo, en el momento en el que se acabe el periodo de gracia, el valor de la cuota semestral será de $153.161,96. A continuación, se mostrará la tabla de amortización resultante:

N° PERIODOS	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				$1.000.000,00
1	$ 47.500,00	$ 47.500,00	$0,00	$1.000.000,00
2	$ 47.500,00	$ 47.500,00	$0,00	$1.000.000,00
3	$153.161,96	$ 47.500,00	$105.661,96	$ 894.338,04
4	$153.161,96	$ 42.481,06	$110.680,90	$ 783.657,14
5	$153.161,96	$ 37.223,71	$115.938,25	$ 667.718,89
6	$153.161,96	$ 31.716,65	$121.445,31	$ 546.273,58
7	$153.161,96	$ 25.948,00	$127.213,96	$ 419.059,61
8	$153.161,96	$ 19.905,33	$133.256,63	$ 285.802,99
9	$153.161,96	$ 13.575,64	$139.586,32	$ 146.216,67
10	$153.161,96	$ 6.945,29	$146.216,67	$ -0
TOTAL	**$1.225.295,68**	**$320.295,68**	**$1.000.000,00**	

Figura 28. *Tabla de amortización con periodos de gracia con cuota reducida. Elaboración propia.*

La figura 11 muestra una tabla de amortización cuando existen un periodo de gracia con cuota reducida. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $320.295,68 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $1.225.295,68.

Comparativamente se puede observar que al deudor le conviene más cancelar la deuda estableciendo un periodo de gracia con cuota reducida dado que esto hace que se generen menos intereses; sin embargo, para lograr aquello es necesario que se cuente con la liquidez para que esta se realice sin que afecte sus finanzas.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención acerca de las operaciones de amortización y los métodos usados para amortizar un capital. Además, conteste a la siguiente pregunta:

- ✓ ¿Qué método de amortización le conviene más al prestatario, sustente su respuesta?

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA

Taller: Resolver los siguientes problemas planteados sobre amortizaciones, el cálculo se deberá realizar en Excel siguiendo el paso a paso.

1) Se requiere cancelar una deuda de $550,000 en 10 años bajo una tasa de interés del 12.3% capitalizable mensualmente. Elabora la tabla de amortización de acuerdo al método francés.
2) Los mismos datos del ejercicio anterior pero esta vez calcularlo a través del método alemán.
3) Se adquiere una deuda de $450,000 cancelables en 8 pagos semestrales bajo una tasa de interés del 12% capitalizable semestralmente. Se supone que en el semestre 4 y 6 se hacen abonos extraordinarios de $75,000 y $80,000
4) Se adquiere una deuda de $325,000 cancelables en 9 pagos trimestrales bajo una tasa de interés del 16% capitalizable trimestralmente, en el 4 trimestre se realizó un abono adicional no pactado de $25,000. Realizar la tabla si se solicita reliquidar la cuota.
5) En base a los mismos datos anteriores, calcule la tabla sin que se haya reliquidado la cuota.

6) Se adquiere una deuda de $850,000 cancelables en 8 pagos bimestrales bajo una tasa de interés del 11.1% capitalizable bimestralmente. Sabiendo que el primer pago se hace en el tercer bimestre donde no se abona al capital ni al interés. Calcule la tabla de amortizaciones.
7) En base a los mismos datos anteriores, calcule la tabla considerando que en los periodos de gracia no se realizan abonos al capital, pero sí al interés.

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.

2. Observa el video de la clase magistral.

3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.

4. Realiza el Test correspondiente de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.

- Revisa que tu conexión a internet sea estable.

- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

Tema 2: Gradientes

Objetivo: Comprender y manejar el proceso de amortización y gestión de deudas. El estudiante será capaz de entender cómo se pagan las deudas con el paso del tiempo y, por tanto, tomar decisiones financieras respecto a la obtención de deudas, pagos mensuales de la deuda y el interés generado por el préstamo.

- Concepto de gradiente
- Gradiente aritmético o gradiente lineal
- Gradiente geométrico o gradiente exponencial

4.2.1. Concepto de gradiente

Se llama gradientes a una serie de pagos periódicos que tienen una ley de formación. Esta ley de formación hace referencia a que los pagos pueden aumentar o disminuir, con relación al pago anterior, en una cantidad constante de dólares o en un porcentaje (Junghenn, 2019).

Es decir, se denomina gradiente cuando los ingresos o egresos de un flujo de caja de una serie crecen o decrecen en un valor constante o en un valor porcentual en cada periodo. La diferencia entre las anualidades y los gradientes es que, en esta última, los valores de entrada o salida de los flujos de caja varía; sin embargo, se regirán bajo los tipos de anualidades vencidas, anticipadas, diferidas y generales, dependiendo de cuando se genere el desembolso. (Meza Orozco, 2011)

Para que un flujo de caja se considere gradiente debe de cumplir con las siguientes especificaciones:

- Debe existir una ley de formación en los flujos de caja de la operación financiera.
- Debe existir una periodicidad en los flujos de caja.
- El valor presente y futuro de los flujos de caja deben ser equivalentes.
- El número de periodos debe ser exactamente igual al número de flujos de caja.

De forma general los gradientes se pueden dividir en los siguientes:

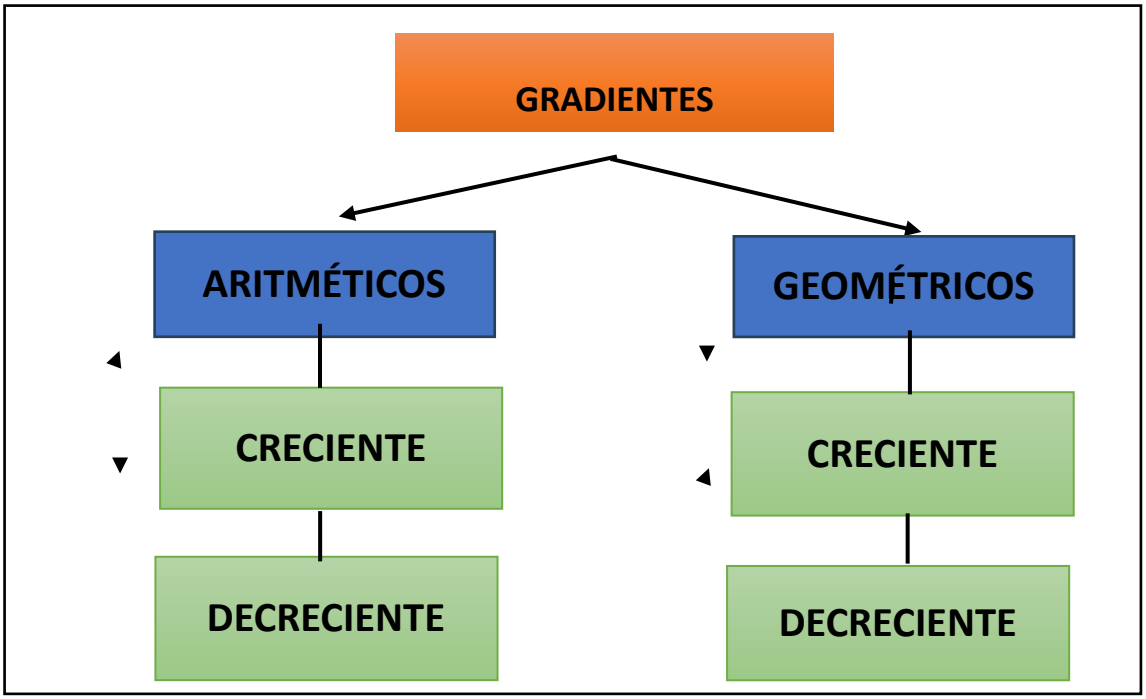


Figura 1. *Tipos de gradientes. Elaboración propia.*

4.2.2. Gradiente aritmético o gradiente lineal

Cuando las entradas o salidas de un flujo de caja varían en una cantidad fija de forma periódica, se habla de un gradiente lineal. Si los desembolsos se realizan al finalizar cada periodo se denominará gradiente lineal vencido. (Bose, 2011)

En otras palabras, un gradiente aritmético es aquel donde el flujo de caja en el periodo n es igual al anterior sumado o restado a una cantidad constante de unidades monetarias, la cual se denota con la letra “G” y se la conoce como variación constante (Chagerben, Yagual, & Jorge, 2017).

De acuerdo con Knut Sydsaeter y Peter Hammond, en su libro Matemáticas para el Análisis Económico, “si la ley de formación de los flujos de caja responde a variaciones positivas entonces se habla de un gradiente lineal creciente, por otro lado, si la ley de formación de los flujos de caja responde a variaciones negativas entonces se habla de un gradiente aritmético decreciente” (2011).

A continuación, se presentarán las fórmulas mediante la cual se calcularán los gradientes lineales crecientes.

4.2.2.1. Gradientes lineales crecientes

Según Jitse Niesen en su libro, Financial Mathematics I “Los gradientes lineales crecientes hacen referencia a una variación positiva constante periódica de los flujos de caja” (2012).

Para poder calcularla es importante reconocer las siguientes variables:

- Valor presente de una serie gradiente
- Valor futuro de un gradiente
- Anualidad en el primer desembolso
- La tasa de interés
- Número de periodos en los cuales se realizarán los desembolsos
- Variación constante que se generará en la serie gradiente

La serie gradiente creciente se puede ilustrar a través del siguiente flujo de caja:

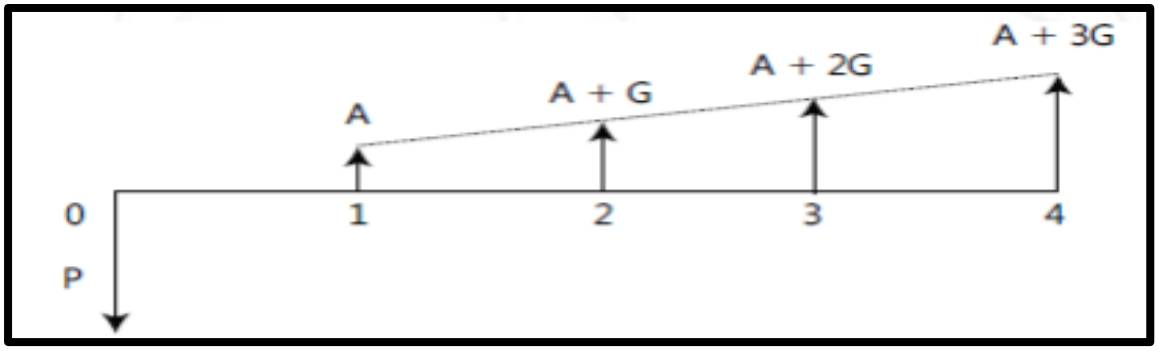


Figura 2. *Flujo de caja de una serie gradiente creciente. Tomado de (Ramírez Molinares, García Barboza, Pantoja Algarín, & Zambrano Meza, 2009)*

La figura 2 muestra un flujo de caja donde se presenta una serie de gradiente lineal creciente. Se resalta que A representa el valor de la anualidad base del gradiente, este valor se encuentra un periodo después del valor presente de la operación financiera y se someterá al incremento constante periódico establecido, también conocido como gradiente. La sumatoria de todos aquellos flujos de caja representarán el valor futuro de la operación financiera.

a) Valor presente de un gradiente lineal creciente

El valor presente de una serie de gradiente, representa el valor inicial de la operación financiera el cual se somete a una tasa de interés y al incremento constante en cada periodo (Hofstrand, 2023).

Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$VP_g = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + \frac{G}{i}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right)$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación creciente
- A es el valor base del gradiente
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

b) Cálculo de la cuota con gradiente aritmético creciente en un periodo n

$$Cuota_n = A + (n-1)G$$

Donde:

- $Cuota_n$ representa el valor del pago en el periodo n bajo una serie de gradiente lineal creciente
- A es el valor base del gradiente
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos, se utiliza la expresión “(n – 1)” porque la variación constante del flujo de caja se genera después del valor base del gradiente.
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja

c) Valor futuro de un gradiente lineal creciente

$$VF_g = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) + \frac{G}{i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right)$$

Donde:

- VF_g es el valor futuro del flujo de caja con ley de formación creciente
- A es el valor base del gradiente
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

4.2.2.2. Ejercicio gradiente lineal creciente

El valor de una maquinaria se cancela en 12 cuotas anuales, que aumentan cada año en $15.000, y el valor de la primera cuota es de $150.000. Si la tasa de interés es del 2,8% anual, hallar el valor de la maquinaria. Se pide también calcular el valor de la cuota en el año 10.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Anualidad base de $150.000
- Periodo de 12 años
- Tasa de interés del 2.8% anual
- Ley de formación creciente de $15.000

Para obtener el valor de la maquinaria hay que resolver la siguiente fórmula:

$$VP_g = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + \frac{G}{i}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right)$$

$$VP_g = 150000\left(\frac{1-(1+0.028)^{-12}}{0.028}\right) + \frac{15000}{0.028}\left(\frac{1-(1+0.028)^{-12}}{0.028} - \frac{12}{(1+0.028)^{12}}\right)$$

$$VP_g = 1.511.084{,}658 + 781.461{,}0808 = 2.292.545{,}739$$

La maquinaria tiene un valor presente de $2.292.545,739 los cuales serán pagados en 12 años, bajo una tasa de interés del 2.8% anual, donde la anualidad base es de $150.000 y esta tiene una ley de crecimientos constante de $15.000. A continuación, se presentará la tabla de amortización que liquida esta operación financiera con series de gradientes:

N° periodos	Cuota	intereses	Amortización	Saldo
0				$ 2.292.545,74
1	$ 150.000,00	$ 64.191,28	$ 85.808,72	$ 2.206.737,02
2	$ 165.000,00	$ 61.788,64	$ 103.211,36	$ 2.103.525,66
3	$ 180.000,00	$ 58.898,72	$ 121.101,28	$ 1.982.424,37
4	$ 195.000,00	$ 55.507,88	$ 139.492,12	$ 1.842.932,26
5	$ 210.000,00	$ 51.602,10	$ 158.397,90	$ 1.684.534,36
6	$ 225.000,00	$ 47.166,96	$ 177.833,04	$ 1.506.701,32
7	$ 240.000,00	$ 42.187,64	$ 197.812,36	$ 1.308.888,96
8	$ 255.000,00	$ 36.648,89	$ 218.351,11	$ 1.090.537,85
9	$ 270.000,00	$ 30.535,06	$ 239.464,94	$ 851.072,91
10	$ 285.000,00	$ 23.830,04	$ 261.169,96	$ 589.902,95
11	$ 300.000,00	$ 16.517,28	$ 283.482,72	$ 306.420,23
12	$ 315.000,00	$ 8.579,77	$ 306.420,23	$ 0,00
TOTAL	$2.790.000,00	$ 497.454,26	$ 2.292.545,74	

Figura 3. *Tabla de amortización con serie de gradientes crecientes. Elaboración propia.*

La figura 3 muestra una tabla de amortización que liquida una operación financiera que cuenta con serie de gradientes. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $497.454,26 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor futuro de la operación financiera, el cual sumando todos los desembolsos periódicos genera un valor de $2.790.000.

La tabla de amortización también muestra que, en el periodo 10, el valor que se debe realizar respecto a la cuota es de $285.000

4.2.2.3. Gradientes lineales decrecientes

Según Brealy, Myers y Allen “los gradientes lineales decrecientes hacen referencia a una variación negativa constante periódica de los flujos de caja” (2019).

Para poder calcularla es importante reconocer las siguientes variables:

- Valor presente de una serie gradiente
- Valor futuro de un gradiente
- Anualidad en el primer desembolso
- La tasa de interés
- Número de periodos en los cuales se realizarán los desembolsos
- Variación constante que se generará en la serie gradiente

Una ley de formación de series decrecientes se puede ilustrar a través del siguiente flujo de caja:

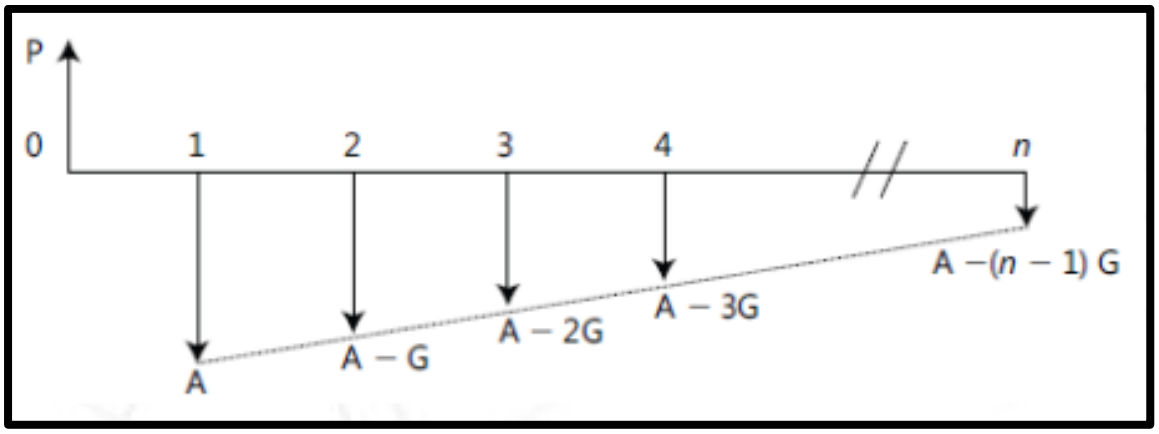


Figura 4. *Flujo de caja bajo una serie de gradientes decreciente. Tomado de (Ramírez Molinares, García Barboza, Pantoja Algarín, & Zambrano Meza, 2009)*

La figura 4 muestra un flujo de caja donde se presenta una serie de gradiente lineal decreciente. Se resalta que A representa el valor de la anualidad base del gradiente, este valor se encuentra un periodo después del valor presente de la operación financiera y se someterá a la disminución constante periódica establecida, también conocida como gradiente. La sumatoria de todos aquellos flujos de caja representarán el valor futuro de la operación financiera.

a) Valor presente de un gradiente lineal decreciente

El valor presente de una serie de gradiente, representa el valor inicial de la operación financiera el cual se somete a una tasa de interés y a la variación negativa constante en cada periodo. Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$VP_g = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) - \frac{G}{i}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right)$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación decreciente
- A es el valor base del gradiente
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

b) Cálculo de la cuota con gradiente aritmético creciente en un periodo n

$$Cuota_n = A - (n-1)G$$

Donde:

- $Cuota_n$ representa el valor del pago en el periodo n bajo una serie de gradiente lineal decreciente
- A es el valor base del gradiente
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos, se utiliza la expresión “(n – 1)” porque la variación constante del flujo de caja se genera después del valor base del gradiente.
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja

c) Valor futuro de un gradiente lineal decreciente

$$VF_g = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) - \frac{G}{i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right)$$

Donde:

- VF_g es el valor futuro del flujo de caja con ley de formación decreciente
- A es el valor base del gradiente
- G es la variación constante que se generará en el flujo de caja
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

4.2.2.4. Ejercicio gradiente lineal decreciente

El valor de una casa se cancela en 24 cuotas semestrales, que disminuyen cada semestre en $500, y el valor de la primera cuota es de $30.000. Si la tasa de interés es del 3,6% efectiva semestral, hallar el valor de la vivienda y también determinar el valor de la cuota en el periodo 20.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Anualidad base de $30.000
- Periodo de 24 semestres
- Tasa de interés del 3.6% semestral
- Ley de formación decreciente de $500

Para obtener el valor de la vivienda hay que resolver la siguiente fórmula:

$$VP_g = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) - \frac{G}{i}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{n}{(1+i)^n}\right)$$

$$VP_g = 30000\left(\frac{1-(1+0.036)^{-24}}{0.036}\right) - \frac{500}{0.036}\left(\frac{1-(1+0.036)^{-24}}{0.036} - \frac{24}{(1+0.036)^{24}}\right)$$

$$VP_g = 476.730{,}6358 - 78.067{,}54864 = 398.663{,}0871$$

La vivienda tiene un valor presente de $398.663,0871 los cuales serán pagados en 24 semestres, bajo una tasa de interés del 3.6% semestral, donde la anualidad base es de $30.000 y esta tiene una ley de decrecimiento constante de $500.

A continuación, se presentará la tabla de amortización que liquida esta operación financiera con series de gradientes:

N° periodos	Cuota	intereses	Amortización	Saldo
0				$ 398.663,09
1	$ 30.000,00	$ 14.351,87	$ 15.648,13	$ 383.014,96
2	$ 29.500,00	$ 13.788,54	$ 15.711,46	$ 367.303,50
3	$ 29.000,00	$ 13.222,93	$ 15.777,07	$ 351.526,42
4	$ 28.500,00	$ 12.654,95	$ 15.845,05	$ 335.681,37
5	$ 28.000,00	$ 12.084,53	$ 15.915,47	$ 319.765,90
6	$ 27.500,00	$ 11.511,57	$ 15.988,43	$ 303.777,48
7	$ 27.000,00	$ 10.935,99	$ 16.064,01	$ 287.713,46
8	$ 26.500,00	$ 10.357,68	$ 16.142,32	$ 271.571,15
9	$ 26.000,00	$ 9.776,56	$ 16.223,44	$ 255.347,71
10	$ 25.500,00	$ 9.192,52	$ 16.307,48	$ 239.040,23
11	$ 25.000,00	$ 8.605,45	$ 16.394,55	$ 222.645,68
12	$ 24.500,00	$ 8.015,24	$ 16.484,76	$ 206.160,92
13	$ 24.000,00	$ 7.421,79	$ 16.578,21	$ 189.582,71
14	$ 23.500,00	$ 6.824,98	$ 16.675,02	$ 172.907,69
15	$ 23.000,00	$ 6.224,68	$ 16.775,32	$ 156.132,37
16	$ 22.500,00	$ 5.620,77	$ 16.879,23	$ 139.253,13
17	$ 22.000,00	$ 5.013,11	$ 16.986,89	$ 122.266,25
18	$ 21.500,00	$ 4.401,58	$ 17.098,42	$ 105.167,83
19	$ 21.000,00	$ 3.786,04	$ 17.213,96	$ 87.953,87
20	$ 20.500,00	$ 3.166,34	$ 17.333,66	$ 70.620,21
21	$ 20.000,00	$ 2.542,33	$ 17.457,67	$ 53.162,54
22	$ 19.500,00	$ 1.913,85	$ 17.586,15	$ 35.576,39
23	$ 19.000,00	$ 1.280,75	$ 17.719,25	$ 17.857,14
24	$ 18.500,00	$ 642,86	$ 17.857,14	$ (0,00)
TOTAL	**$ 582.000,00**	**$ 183.336,91**	**$ 398.663,09**	

Figura 5. *Tabla de amortización con ley de formación lineal decreciente. Elaboración propia.*

La figura 5 muestra una tabla de amortización que liquida una operación financiera que cuenta con serie de gradientes. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $183.336,91 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor correspondiente a la sumatoria de los desembolsos periódicos, el cual genera un valor de $582.000.

La tabla de amortización también muestra que, en el periodo 20, el valor que se debe realizar respecto a la cuota es de $20.500

4.2.3. Gradiente geométrico o gradiente exponencial

Cuando las entradas o salidas de un flujo de caja varían en una cantidad proporcional de forma periódica, se habla de un gradiente exponencial. Si los desembolsos se realizan al finalizar cada periodo se denominará gradiente geométrico vencido. (McKinsey & Company Inc, 2020)

En otras palabras, un gradiente geométrico es aquel donde el flujo de caja en el periodo n es igual al anterior incrementando o disminuyendo según la proporción de variación, el cual se denota con la letra “j” y se la conoce como el porcentaje de crecimiento o decrecimiento (Díaz Mata & Aguilera Gómez, 2008).

Si la ley de formación de los flujos de caja responde a variaciones positivas entonces se habla de un gradiente exponencial creciente, por otro lado, si la ley de formación de los flujos de caja responde a variaciones negativas entonces se habla de un gradiente exponencial decreciente (Ross, 2011)

A continuación, se presentarán las fórmulas mediante la cual se calcularán los gradientes exponenciales crecientes.

4.2.3.1. Gradientes exponenciales crecientes

Los gradientes exponenciales crecientes hacen referencia a una variación porcentual positiva de los flujos de caja. Para poder calcularla es importante reconocer las siguientes variables:

- Valor presente de una serie gradiente
- Valor futuro de un gradiente
- Anualidad en el primer desembolso

- La tasa de interés
- La tasa de crecimiento del gradiente
- Número de periodos en los cuales se realizarán los desembolsos

a) Valor presente de un gradiente geométrico creciente

El valor presente de una serie de gradiente, representa el valor inicial de la operación financiera el cual se somete a una tasa de interés y al incremento porcentual en cada periodo. Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula, siempre y cuando la tasa de interés no sea igual a la tasa de variación de la cuota:

$$VP = A\left(\frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{n}}{i-j}\right)$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación geométrica creciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

En el caso de que la tasa de interés sea la misma a la tasa de variación de la cuota, entonces se aplicará la siguiente fórmula:

$$VP = \frac{n * A}{1+i}$$

b) Cálculo de la primera cuota en una serie de gradiente geométrico creciente

$$A = \frac{VP(i-j)}{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{n}}$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación geométrica creciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos

- i representa la tasa de interés

c) Cálculo de la cuota en el periodo n en una serie de gradiente geométrico creciente

$$C_n = A(1+j)^{n-1}$$

- $Cuota_n$ representa el valor del pago en el periodo n bajo una serie de gradiente geométrico creciente
- A es el valor base del gradiente
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos, se utiliza la expresión “(n – 1)” porque la variación porcentual del flujo de caja se genera después del valor base del gradiente.
- j es la tasa de variación del desembolso

d) Valor futuro de un gradiente geométrico creciente

Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula, siempre y cuando la tasa de interés no sea igual a la tasa de variación de la cuota:

$$VF = A\left(\frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{i-j}\right)$$

Donde:

- Vf_g es el valor futuro del flujo de caja con ley de formación geométrica creciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

En el caso de que la tasa de interés sea la misma a la tasa de variación de la cuota, entonces se aplicará la siguiente fórmula:

$$VF = n * A(1+j)^{n-1}$$

4.2.3.2. Ejercicio gradiente geométrico creciente

Una obligación se está cancelando en 16 cuotas mensuales que aumentan un 6% cada mes. Si el valor de la primera cuota es $225.000 y se cobra una tasa de interés del 3% mensual, calcular: a) El valor de la obligación, b) El valor de la cuota 15.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Anualidad base de $225.000
- Periodo de 16 meses
- Tasa de interés del 3% mensual
- Tasa de crecimiento de las cuotas es del 6%

Para obtener el valor presente de la obligación hay que resolver la siguiente fórmula, sabiendo que la tasa de interés no es igual al porcentaje de crecimiento de la cuota:

$$VP = A\left(\frac{1-\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{n}}{i-j}\right) \rightarrow VP = 225000\left(\frac{1-\left(\frac{1+0.06}{1+0.03}\right)^{16}}{0.03-0.06}\right)$$

$$VP = 4.372.973{,}879$$

La obligación financiera tiene un valor presente de $4.372.973,879 los cuales serán pagados en 16 meses, bajo una tasa de interés del 3% mensual, donde la anualidad base es de $225.000 y esta tiene una ley de crecimiento porcentual del 6%.

A continuación, se presentará la tabla de amortización que liquida esta operación financiera con series de gradientes:

N° periodos	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				$ 4.372.973,88
1	$ 225.000,00	$ 131.189,22	$ 93.810,78	$ 4.279.163,10
2	$ 238.500,00	$ 128.374,89	$ 110.125,11	$ 4.169.037,99
3	$ 252.810,00	$ 125.071,14	$ 127.738,86	$ 4.041.299,13
4	$ 267.978,60	$ 121.238,97	$ 146.739,63	$ 3.894.559,50
5	$ 284.057,32	$ 116.836,79	$ 167.220,53	$ 3.727.338,97
6	$ 301.100,75	$ 111.820,17	$ 189.280,59	$ 3.538.058,38
7	$ 319.166,80	$ 106.141,75	$ 213.025,05	$ 3.325.033,34
8	$ 338.316,81	$ 99.751,00	$ 238.565,81	$ 3.086.467,53
9	$ 358.615,82	$ 92.594,03	$ 266.021,79	$ 2.820.445,74
10	$ 380.132,77	$ 84.613,37	$ 295.519,39	$ 2.524.926,34
11	$ 402.940,73	$ 75.747,79	$ 327.192,94	$ 2.197.733,40
12	$ 427.117,18	$ 65.932,00	$ 361.185,17	$ 1.836.548,23
13	$ 452.744,21	$ 55.096,45	$ 397.647,76	$ 1.438.900,47
14	$ 479.908,86	$ 43.167,01	$ 436.741,84	$ 1.002.158,62
15	$ 508.703,39	$ 30.064,76	$ 478.638,63	$ 523.519,99
16	$ 539.225,59	$ 15.705,60	$ 523.519,99	$ (0,00)
TOTAL	**$ 5.776.318,82**	**$ 1.403.344,94**	**$ 4.372.973,88**	

Figura 6. *Tabla de amortización de una seria de gradientes geométricos crecientes. Elaboración propia.*

La figura 6 muestra una tabla de amortización que liquida una operación financiera que cuenta con serie de gradientes geométricos crecientes. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $1.403.344,94 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor correspondiente a la sumatoria de los desembolsos periódicos, el cual genera un valor de $5.776.318,82.

La tabla de amortización también muestra que, en el periodo 15, el valor de la cuota que se debe realizar es de $508.703,39

4.2.3.3. Gradientes exponenciales decrecientes

Los gradientes exponenciales decrecientes hacen referencia a una variación porcentual negativa de los flujos de caja. Para poder calcularla es importante reconocer las siguientes variables:

- Valor presente de una serie gradiente
- Valor futuro de un gradiente
- Anualidad en el primer desembolso

- La tasa de interés
- La tasa de decrecimiento del gradiente
- Número de periodos en los cuales se realizarán los desembolsos

Una ley de formación geométrica de series decrecientes se puede ilustrar a través del siguiente flujo de caja:

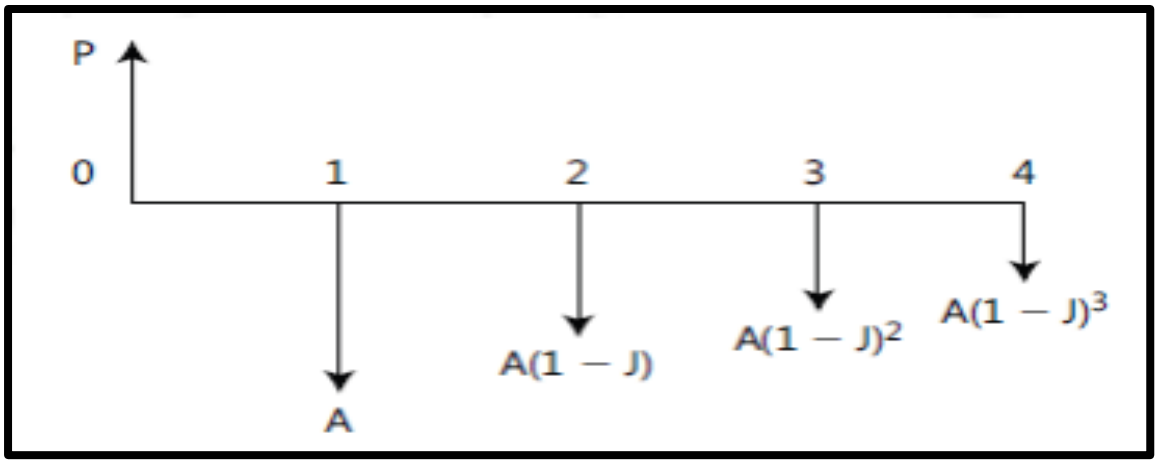


Figura 7. *Flujo de caja de serie de gradiente geométrica decreciente. Tomado de (Ramírez Molinares, García Barboza, Pantoja Algarín, & Zambrano Meza, 2009)*

a) Valor presente de un gradiente geométrico decreciente

El valor presente de una serie de gradiente, representa el valor inicial de la operación financiera el cual se somete a una tasa de interés y a la disminución porcentual en cada periodo. Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula, siempre y cuando la tasa de interés no sea igual a la tasa de variación de la cuota:

$$VP = A\left(\frac{1-\left(\frac{1-j}{1+i}\right)^{n}}{i+j}\right)$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación geométrica decreciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

En el caso de que la tasa de interés sea la misma a la tasa de variación de la cuota, entonces se aplicará la siguiente fórmula:

$$VP = \frac{n * A}{1 + i}$$

b) Cálculo de la primera cuota en una serie de gradiente geométrico decreciente

$$A = \frac{VP(i + j)}{1 - \left(\frac{1 - j}{1 + i}\right)^{n}}$$

Donde:

- VP_g es el valor presente del flujo de caja con ley de formación geométrica decreciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

c) Cálculo de la cuota en el periodo n en una serie de gradiente geométrico decreciente

$$C_n = A(1 - j)^{n-1}$$

- $Cuota_n$ representa el valor del pago en el periodo n bajo una serie de gradiente geométrico decreciente
- A es el valor base del gradiente
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos, se utiliza la expresión “(n – 1)” porque la variación porcentual del flujo de caja se genera después del valor base del gradiente.
- j es la tasa de variación del desembolso

d) Valor futuro de un gradiente geométrico decreciente

Se lo obtiene aplicando la siguiente fórmula, siempre y cuando la tasa de interés no sea igual a la tasa de variación de la cuota:

$$VF = A\left(\frac{(1 + i)^n - (1 - j)^n}{i + j}\right)$$

Donde:

- Vf_g es el valor futuro del flujo de caja con ley de formación geométrica decreciente
- A es el valor base del gradiente
- j es la tasa de variación del desembolso
- n es el número de periodos en el cual se realizarán los desembolsos
- i representa la tasa de interés

En el caso de que la tasa de interés sea la misma a la tasa de variación de la cuota, entonces se aplicará la siguiente fórmula:

$$VF = n * A(1 - j)^{n-1}$$

4.2.3.4. Ejercicio gradiente geométrico decreciente

Un pasivo financiero se está cancelando en 10 cuotas anuales que disminuyen un 5.4% cada año. Si el valor de la primera cuota es $ 90.000 y se cobra una tasa de interés del 2.9% efectivo anual, calcular: a) El valor presente del pasivo, b) El valor de la cuota 8.

Para resolver el ejercicio hay que resaltar la información que nos otorga el enunciado:

- Anualidad base de $90.000
- Periodo de 10 años
- Tasa de interés del 2.9% anual
- Tasa de crecimiento de las cuotas es del 5.4%

Para obtener el valor presente del pasivo hay que resolver la siguiente fórmula, sabiendo que la tasa de interés no es igual al porcentaje de crecimiento de la cuota:

$$VP = A\left(\frac{1 - \left(\frac{1-j}{1+i}\right)^n}{i + j}\right) \rightarrow VP = 90000\left(\frac{1 - \left(\frac{1-0.054}{1+0.029}\right)^{10}}{0.029 + 0.054}\right)$$

$$VP = 616.686{,}1705$$

El pasivo financiero tiene un valor presente de $616.686,1705 los cuales serán pagados en 10 años, bajo una tasa de interés del 2.9% anual, donde la anualidad base es de $90.000 y esta tiene una ley de decrecimiento porcentual del 5.4%.

A continuación, se presentará la tabla de amortización que liquida esta operación financiera con series de gradientes geométricas decrecientes:

N° periodos	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				$ 616.686,17
1	$ 90.000,00	$17.883,90	$ 72.116,10	$ 544.570,07
2	$ 85.140,00	$15.792,53	$ 69.347,47	$ 475.222,60
3	$ 80.542,44	$13.781,46	$ 66.760,98	$ 408.461,62
4	$ 76.193,15	$11.845,39	$ 64.347,76	$ 344.113,86
5	$ 72.078,72	$ 9.979,30	$ 62.099,42	$ 282.014,44
6	$ 68.186,47	$ 8.178,42	$ 60.008,05	$ 222.006,39
7	$ 64.504,40	$ 6.438,19	$ 58.066,21	$ 163.940,18
8	$ 61.021,16	$ 4.754,27	$ 56.266,90	$ 107.673,28
9	$ 57.726,02	$ 3.122,53	$ 54.603,49	$ 53.069,79
10	$ 54.608,81	$ 1.539,02	$ 53.069,79	$ (0,00)
TOTAL	**$ 710.001,16**	**$93.314,99**	**$ 616.686,17**	

Figura 8. *Tabla de amortización con series de gradientes geométricos decrecientes. Elaboración propia*

La figura 8 muestra una tabla de amortización que liquida una operación financiera que cuenta con serie de gradientes geométricos decrecientes. Esta tabla también permite observar el interés que se generó durante la operación financiera, el cual fue de $93.314,99 obtenido sumando todos los intereses generados, además, también permite observar el valor correspondiente a la sumatoria de los desembolsos periódicos, el cual genera un valor de $710.001,16.

La tabla de amortización también muestra que, en el periodo 8, el valor de la cuota que se debe realizar es de $61.021,16.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Tabla

Detalle de la Práctica

Practicas	Instrucciones	Duración de la Practica	Mecanismo de Evaluación
Foro de debate	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Por rúbricas
Práctica investiga: Taller/Ensayo/Investigación	Revisar Actividades Prácticas	3:30 h	Por rúbricas
Tutorías Prácticas	Revisar Actividades Prácticas	2:00 mm	Por participación en clase
Test evaluativo	Revisar Actividades Prácticas	0:30 mm	Formativa

Nota. Elaboración propia

Consideraciones Generales

1. Lee y revisa la Guía de Estudio.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Participa activamente en el FORO DEBATE.
4. Revisa en el calendario el día y hora en que se realizará las actividades prácticas y la tutoría.
5. Realizar la práctica propuesta por el docente.
6. Revisa las Rúbricas acorde a la actividad prácticas.
7. Toma los principales apuntes que vayas rescatando del texto.
8. Reflexiona sobre los temas tratados en la clase.
9. Sube el documento en formato PDF en la plataforma Moodle.
10. Revisa la calificación de tus actividades prácticas.

FORO DE DEBATE

Tema: Mediante un foro de opinión sustentada en información verídica, realice su intervención acerca de los gradientes, su uso y aplicación; explíquelo con sus propias palabras.

Instrucciones para Participar:

- Responde a una o más preguntas.
- Comenta las respuestas de otros participantes.
- Promueve un ambiente respetuoso y constructivo.

PRÁCTICA INVESTIGATIVA

Investigación: Análisis de las tasas de interés de acuerdo al segmento de crédito

Consigna:

- El trabajo de investigación debe presentarse de manera estructurada y coherente para comunicar efectivamente los hallazgos y conclusiones.
- Asegúrese de que el estilo y formato del trabajo sigan las pautas de citación y presentación establecidas por la institución.
- Utilice un lenguaje claro y evite jergas o términos técnicos innecesarios.
- Revise y corrija la redacción y la gramática antes de la presentación final (ver anexo).
- Investigar y analizar, de acuerdo a datos del Banco Central del Ecuador (ente encargado de monitorear las tasas de intereses con fines estadísticos), el nivel de tasas de interés activas por cada segmento de crédito vigentes para el sector financiero privado, público y, popular y solidario. Remarcar las diferencias sustanciales y el porqué de las mismas.

PRÁCTICA TEST

Antes de realizar el test, es importante considerar varios aspectos para aprovechar al máximo la experiencia.

Consideraciones para realizar el test

1. Lee y revisa el documento.
2. Observa el video de la clase magistral.
3. Revisa en el calendario el día y hora en que se debe de realizar el Test.
4. Realiza el Test correspondiente de la unidad considerando lo Siguiente:

- No cambiarte entre paginas durante la realización del Test.
- Revisa que tu conexión a internet sea estable.
- Recuerda que todo el contenido está inmerso dentro del documento base.

5. Revisa tu puntuación, de inmediato al finalizar de la actividad.

V. Bibliografía

Bibliografía básica

Brigham, E., & Houston, J. F. (2020). Fundamentos de Administración Financiera. CENCAGE LEARNING.

Bibliografía de consulta

Bell, E. T. (edición 2021). Historia de las matemáticas. México: Fondo de cultura económica. Obtenido de https://books.google.es/books?id=zeVFEAAAQBAJ&lpg=PP1&ots=5IL2rrBFrR&dq=matematicas&lr&hl=es&pg=PA5#v=onepage&q&f=false

Carlos Bresani Tamayo, A. B. (2017). MATEMÁTICA FINANCIERA. Economaker. Obtenido de http://economaker.com/Matematica%20Financiera_contenido_muestra.pdf

Kisbye, Patricia.; Levstein, Fernando. (2010). Todo lo que usted quiere saber sobre “Matemática Financiera” pero no se anima a preguntar. Buenos Aires. Ministerio de Educación.

Ramírez Molinares, Carlos.; García Barboza, Milton.; Pantoja, Cristo.; & Zambrano Ariel. (2009). Fundamentos de las Matemáticas Financieras. Cartagena: Universidad Libre.

Ernest, F.; Haeussler, Jr.; Richard, P. (2008). Matemáticas para administración y economía. Naucalpan de Juárez: Pearson.

Anexo 1: Modelo de Foro

Título del Foro:

[Nombre del Tema o Pregunta]

Desarrollo:

[Breve descripción del tema o pregunta]

Reglas del Foro:

Regla 1: Antes de participar en el debate, realiza una investigación exhaustiva sobre el tema en cuestión. Comprender los hechos, datos y argumentos relacionados con el tema fortalecerá tu posición y mejorarán la calidad de la discusión.

Regla 2: Muestra respeto hacia tus compañeros de debate, incluso si no estás de acuerdo con sus opiniones. Escucha activamente sus argumentos y evita interrupciones. Expresa tus puntos de vista de manera respetuosa y constructiva.

Regla 3: Contribuye de manera equitativa al debate, evitando la monopolización de la conversación. Respeta el tiempo asignado y asegúrate de que otros también tengan la oportunidad de expresar sus opiniones.

Anexo 2: Esquema de Ensayo

Caratula: (Escribe aquí los datos referentes a la materia, nombres completos, tema, periodo, Institución Educativa y logos)

Título:

(Escribe aquí el título de tu ensayo)

Introducción:

Desarrollo:

Conclusión:

Bibliografía

Anexo 3: Esquema de Taller/Investigación

Caratula:

(Escribe aquí los datos referentes a la materia, tema, periodo, Institución Educativa y logos)

Título:

(Escribe aquí el título principal de tu investigación)

Temas a investigar:

- **Tema 1:**
- **Tema 2:**
- **Tema 3:**

Conclusión:

Bibliografía

Anexos

Anexo 4: Rubrica de taller práctico

INDICADORES	MS 10 PUNTOS	S 6 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Número de ejercicios resueltos	Realiza en su totalidad los ejercicios que se propones.	Realiza entre la mitad y más de los ejercicios propuestos.	Realiza la menor parte o no realiza ningún ejercicio propuesto.	**40%**
Procedimiento y resultados de los ejercicios resueltos	Desarrolla el procedimiento, lo detalla y organiza los datos obtenidos.	Desarrolla el procedimiento, lo detalla poco y organiza algunos, pero otros no.	Detalla poco o no detalla nada del procedimiento.	**40%**
Presentación	Maneja una presentación prolija de la tarea.	La tarea se presenta de una forma aceptable.	La tarea no cuenta con una buena presentación	**20%**
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 10 puntos

Anexo 5: Rúbrica de Foro

INDICADORES	MS 5 PUNTOS	S 3 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Comprensión del tema	La respuesta argumentada demuestra conocimiento concreto del tema tratado.	La respuesta argumentada demuestra conocimiento general de la mayoría del tema.	La respuesta argumentada demuestra un conocimiento limitado del tema.	20 %
Cuestionamientos y criterios	Presentó las dudas e inquietudes que se le presentaron durante el desarrollo del tema, o al menos sacó diferentes conclusiones, que las expuso en el debate.	Presenta al menos 2 preguntas o argumentos, aunque demuestra que no ha comprende ni revisado en profundidad el material.	No presenta dudas ni argumentos, aunque conozca del tema, no aporta al debate.	20 %
Redacción y ortografía	No presenta errores ortográficos ni de redacción.	Presenta algunos errores ortográficos y/o de redacción.	Presenta muchos errores de redacción y de ortografía.	20 %
Interacción: relación/ confrontación con intervenciones de otros/as	Comparte activamente con de sus compañeros los temas planteados y resuelve dudas de sus compañeros con argumentos valederos en más de 2 intervenciones.	Comparte con de sus compañeros los temas planteados, argumentando en al menos de 2 intervenciones.	Plantea dudas a sus compañeros con el tema, sin embargo, no participa ni responde con argumentos lógicos. Solo interviene una vez.	20 %
Participación	Participa con más de 2 intervenciones, además de su contestación.	Participa al menos con 5 Intervenciones, además de su contestación.	No interviene en otra participación a más de la suya.	20 %
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 5 puntos

Anexo 6: Rubrica de Ensayo

INDICACIONES	MS 10 PUNTOS	S 6 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Enfoque o Idea principal	La idea principal nombra el tema del ensayo y esquematiza los puntos principales a discutir.	La idea principal nombra el tema del ensayo.	La idea principal esquematiza algunos o todos los puntos a discutir, pero no menciona el tema.	20 %
Transiciones o Conectores	Una variedad bien pensada de transiciones fue usada. Estas muestran claramente como están las ideas conectadas.	Las transiciones muestran cÃ³mo están las ideas conectadas, pero hay muy poca variedad.	Algunas transiciones funcionan bien, pero la conexiÃ³n entre las ideas no es clara.	20 %
Conclusión	La conclusión es fuerte y dejó al lector con una idea absolutamente clara de la posición del autor. Un parafraseo efectivo de la idea principal empieza la conclusión.	La conclusión es evidente. La posición del autor es parafraseada en las primeras dos oraciones de la conclusión.	La posición del autor es parafraseada en la conclusión, pero no al principio de la misma.	20 %
Gramática y ortografía	El autor no comete errores de gramática ni de ortografía que distraen al lector del contenido del ensayo.	El autor comete 1 a 2 errores gramaticales u ortográficos que distraen al lector del contenido del ensayo.	El autor comete 3 a 4 errores gramaticales u ortográficos que distraen al lector del contenido del ensayo.	20 %
Fuentes	Todas las fuentes usadas para las citas, las estadísticas y los hechos son creíbles y están citadas correctamente.	Todas las fuentes usadas para las citas, las estadísticas y los hechos son creíbles y la mayoría está citada correctamente.	La mayoría de las fuentes usadas para las citas, las estadísticas y los hechos es creíble y está citada correctamente.	20 %
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 10 puntos

Anexo 7: Rúbrica de Taller/Investigación

INDICADORES	MS 10 PUNTOS	S 6 PUNTOS	PS 2 PUNTOS	PUNTAJE
Organización de las ideas	El texto es coherente y tiene sentido toda la lectura.	Presenta ideas aisladas, no enlazadas entre sí.	El texto no tiene coherencia y las ideas no están claras.	30 %
Ortografía	Tiene 4 o menos faltas ortográficas	Tiene entre 5 y 9 faltas ortográficas.	Tiene más de 10 faltas ortográficas.	30 %
Calidad de la información presentada	La información está claramente relacionada con el tema y proporciona varios niveles de relación con sus diferentes entornos.	La información da respuesta a la consigna principal del artículo, mas no aporta niveles de relaciones de la comunicación con el entorno próximo.	La información proporcionada guarda relación con las categorías, aunque su calidad argumentativa es deficiente.	40 %
			TOTAL=	100 %

Puntaje: 10 puntos